

Momentos de las Pléyades



Las Pléyades en la cerámica griega

Resumen

Las Pléyades son probablemente el cúmulo globular más visible a simple vista en el cielo. Es por ello que todas las culturas antiguas que se han desarrollado en los diferentes continentes del mundo, han dejado constancia del mismo en sus mitos y cosmogonías y en diversas representaciones artísticas.

En este artículo se aborda este tratamiento diferenciado que se le ha dado al cúmulo, a lo largo de la historia. Son sus momentos históricos.

La primera representación de las Pléyades la encontramos en la cueva de Lascaux, en la región de la Dordoña francesa, concretamente en un friso de la Sala de los Toros, en el toro nº 19, encima de su cerviz. Un estudio detallado del cúmulo para el 15000 a. C, permite afirmar que la observación del mismo, en los momentos de su orto y ocaso heliaco, podía servir de marcador temporal del equinoccio de otoño, y que su posición en el cielo a medianoche, seis meses después, marcaría el comienzo de la primavera.

El segundo momento nos traslada a la ciudad de Uruk en el 4000 a.C. Entonces su orto heliaco serviría para anunciar el comienzo de la primavera, y también del comienzo de las labores agrícolas necesarias para el cultivo de la cebada. Es entonces cuando se podía ver a la constelación de Leo en el cenit, mientras Tauro se ponía por el oeste, un poco después de que lo hicieran las Pléyades, siendo esta disposición en el cielo ampliamente representada en el arte mesopotámico a lo largo de su historia.

Es en esta misma parte del mundo, pero más tarde, a finales del II milenio a.C, donde encontramos mención escrita de las Pléyades en las dos tablillas en escritura cuneiforme conocidas como " Mul -apin ". En ellas se nos da una efemérides de sus posiciones en el cielo, a lo largo del año, comparándolas con otras constelaciones de estrellas.

Finalmente se hace un estudio del cúmulo, acerca de las citas que aparecen en la obra del poeta griego Hesiodo (S. VII a.C.) " Los trabajos y los días ", relacionando su observación en el cielo con unos determinados trabajos a realizar durante el año.

MOMENTOS HISTÓRICOS DE LAS PLÉYADES

Cuando se mira al cielo una noche estrellada, con una atmósfera limpia y en un lugar con poca contaminación lumínica, se puede ver con facilidad, cerca de la constelación de Tauro, el cúmulo globular abierto de las Pléyades, o M45 en el catálogo de Messier. Normalmente se observa como una mancha nubosa y, dependiendo de la agudeza visual del observador, se pueden contar individualmente seis o siete estrellas, no excesivamente brillantes. No es de extrañar, por tanto que se le conozca también como " las siete hermanas " o " las siete cabri-llas ".

Se encuentran menciones de ellas en los registros chinos, mesopotámicos y egipcios, además también aparecen en la Biblia, la Odisea, la Ilíada y en "Los trabajos y los días" de Hesiodo. Forman parte de las leyendas de numerosos pueblos del continente americano, como los Navajos, Kiowas, Aztecas, Mayas e Incas, y de otros más remotos como los Polinesios y los aborígenes australianos.

Respecto a la etimología de su nombre hay dos teorías. La primera se basa en la mitología griega, ya que son representadas como siete hermanas jóvenes, hijas de Atlas y Pleione, de las que se enamoró Orión, que las persigue incansablemente, hasta que Zeus las convierte en palomas y las envía al cielo, junto a la constelación de Tauro.

De este mito puede derivar la palabra Pleya-des, " hijas de Pleyone " o también de Peleidas, " palomas ". La segunda es enunciada por el famoso escritor y erudito del Clasicismo

Robert Graves, el autor de la novela " Yo Claudio ", él defiende que deriva del verbo navegar y lo justifica en el hecho de que eran visibles durante la noche desde mediados de primavera, cuando aparecen de nuevo, hasta que se encuentran en oposición con el Sol, y por tanto no visibles, a mediados del otoño. Servían a los navegantes para poder surcar el Mediterráneo en la Antigüedad, durante los meses de buen tiempo, sin correr grandes riesgos.

La Mitología griega también da una explicación de por qué aunque sean siete estrellas las que se pueden contar, son seis las que se ven mejor a simple vista. La justificación que da es que las más visibles se unieron en matrimonio a dioses, Electra, Maia y Taygeta con Zeus, Celaones y Alcyone con Poseidón, Sterope con Ares; mientras que Merope, la menos visible, se unió con el mortal Sisifo.

El cúmulo globular de las Pléyades

El origen del cúmulo globular, como ocurrió con tantos otros, se originó en uno de los brazos de nuestra galaxia espiral, la Vía Láctea. Tiene una antigüedad de entre ochenta y cien millones de años y por tanto no es muy viejo. Está formado por entre quinientas o mil estrellas, las cuales se encuentran a una distancia de 135 pársecs, es decir a unos 440 años/luz. La mayor parte son estrellas jóvenes azules, pero también hay enanas marrones y blancas, estas últimas como



Las Pléyades

evolución de sistemas binarios formados por dos estrellas, una de las cuales es engullida por la otra. El cúmulo presenta una magnitud angular en el cielo de unos 2° y un diámetro de unos 12 años/luz. En las fotografías parece flotar sobre un hermoso velo azulado de polvo interestelar. Por mucho tiempo se pensó que esto era la nube primigenia que dio origen a las Pléyades, pero hoy se sabe que fue el cúmulo el que se encontró con la nube en su continuo movimiento de traslación alrededor del centro de la Vía Láctea. El análisis de su espectro, realizado en 1912 por M. Slipher, determinó que la nube luminosa no era gas excitado, sino que lo que hacía era reflejar la luz de las estrellas vecinas, es decir, era una nebulosa de reflexión.



Las Pléyades por Elihu Vedder (1885)

Las Pléyades en la actualidad.

Antes de desarrollar algunos momentos históricos, vividos por el cúmulo a lo largo de la Prehistoria y la Edad Antigua, es necesario realizar un estudio detallado de su estado hoy en día, indicando : la magnitud visual aparente de sus principales estrellas, sus coordenadas celestes, sus ortos y ocasos, tanto cósmicos como heliácos, su visibilidad a lo largo del año, la simultaneidad en su orto u ocaso con otras constelaciones zodiacales, su altura meridiana....etc.

De aquí en adelante , cualquier concepto a desarrollar sobre ellas se referirá solo a las siete estrellas visibles a simple vista.

Coordenadas celestes (J2000) y magnitud visual aparente.

Estrella	Ecuatoriales absolutas	Eclípticas	Magnitud aparente
1 ^a . Alcyone	$\alpha = 3\text{h } 47\text{m } 29,08\text{s}$ $\delta = 24^\circ 6' 18'',47$	$\lambda = 59^\circ,992394$ $\beta = 4^\circ,050954$	2,87
2 ^a . Maía	$\alpha = 3\text{h } 45\text{m } 49,61\text{s}$ $\delta = 24^\circ 22' 3'',89$	$\lambda = 59,680372$ $\beta = 4^\circ,390021$	3,87
3 ^a . Electra	$\alpha = 3\text{h } 44\text{m } 52,54\text{s}$ $\delta = 24^\circ 6' 48'',01$	$\lambda = 59^\circ,411911$ $\beta = 4^\circ,189849$	3,72
4 ^a . Taygeta	$\alpha = 3\text{h } 45\text{m } 12,5\text{s}$ $\delta = 24^\circ 28' 2'',21$	$\lambda = 59^\circ, 564692$ $\beta = 4^\circ,518200$	4,29
5 ^a . Celaeno	$\alpha = 3\text{h } 44\text{m } 48,22\text{s}$ $\delta = 24^\circ 17' 22'',08$	$\lambda = 59^\circ,435033$ $\beta = 4^\circ,365236$	5,45
6 ^a . Sterope	$\alpha = 3\text{h } 45\text{m } 54,46\text{s}$ $\delta = 24^\circ 33' 16'',6$	$\lambda = 59,739696$ $\beta = 4^\circ,568233$	5,76
7 ^a . Merope	$\alpha = 3\text{h } 46\text{m } 19,57\text{s}$ $\delta = 23^\circ 56' 54'',08$	$\lambda = 59^\circ,699284$ $\delta = 3^\circ, 955842$	4,18

El cúmulo parece desplazarse sobre el fondo de estrellas con un movimiento propio igual a $6''$ / siglo.

Las expresiones matemáticas utilizadas para pasar de coordenadas ecuatoriales absolutas a eclípticas han sido:

$$\cos \beta \cos \lambda = \cos \delta \cos \alpha \quad (1)$$

$$\cos \beta \sin \lambda = \cos \varepsilon \cos \delta \sin \alpha + \sin \varepsilon \sin \delta \quad (2)$$

$$\sin \beta = -\sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha + \cos \varepsilon \sin \delta \quad (3)$$

Como ejemplo de aplicación se hallan las coordenadas eclípticas de Alcyone.

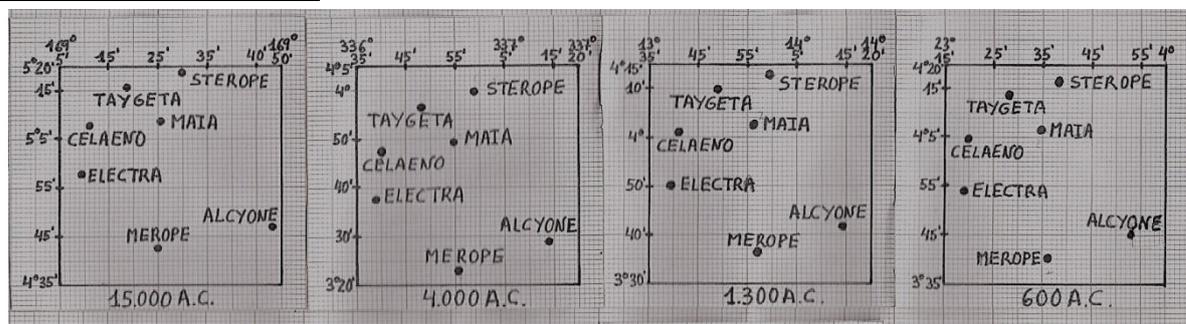
$$\alpha = 3^{\text{h}} 47^{\text{m}} 29,08^{\text{s}} \quad \delta = 24^{\circ} 6' 18",47 \quad \varepsilon = 23^{\circ},4392794$$

Por medio de la expresión (3) hallamos la latitud eclíptica, $\beta = 4^{\circ},050954$

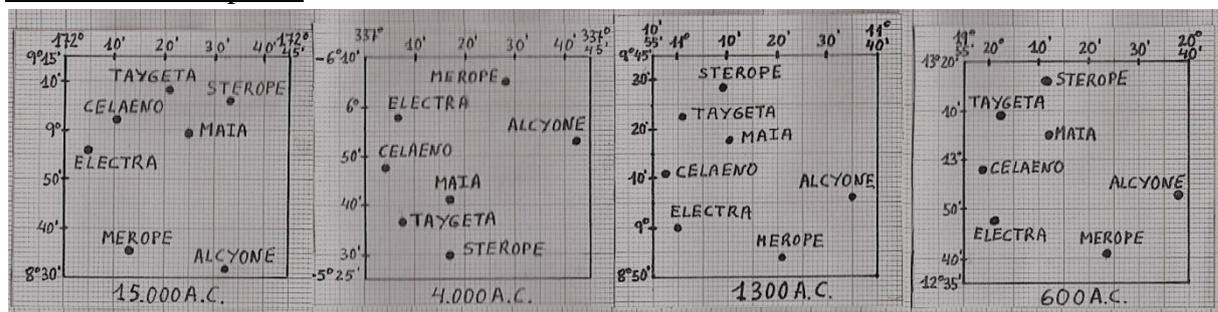
De la (1) sacamos el $\cos \lambda$ y su arcocoseno $\lambda_1 = 59^{\circ},992394$ o $\lambda_2 = 300^{\circ},007605$ y de la (2) el $\sin \lambda$. Como el $\sin \lambda$ es positivo también, concluimos que se encuentra en el primer cuadrante y elegimos como valor correcto λ_1 .

Como información complementaria, en los cuadros siguientes se presentan las Pléyades para cada una de las cuatro fechas de estudio elegidas, dispuestas según sus coordenadas ecuatoriales (δ, α) y eclípticas (β, λ), estando en abscisas el primer elemento del par y en ordenadas el segundo.

Coordenadas ecuatoriales



Coordenadas eclípticas



Orto y puesta heliaca de las Pléyades

Se denomina " orto heliaco " de una estrella a su primera aparición por la mañana, antes de que salga el Sol por el horizonte este, después de su periodo de invisibilidad.

El " ocaso heliaco " se produce el último día que llega a ser visible, durante el atardecer, por el horizonte oeste. A partir de entonces la estrella se vuelve no visible durante un periodo de tiempo limitado, coincidiendo con los días en los que el Sol se encuentra situado entre la Tierra y las Pléyades. Ya que en los cálculos se van a manejar también los conceptos de " orto cósmico " y " puesta cósmica ", definimos el primero de ellos como el instante en el que la estrella y el Sol salen por el Este al mismo tiempo. La puesta ocurrirá cuando se ponen los dos astros por el horizonte oeste al mismo tiempo. En los cálculos que seguirán se hallarán primero los fenómenos " cósmicos " respectivos, como paso previo para hallar después el orto y puesta heliaca.

Antes de seguir adelante detallando el proceso a seguir para hallar las fechas del orto y ocaso cósmico es necesario aclarar que, al ser las Pléyades un cúmulo globular que se extiende aproximadamente por unos 2° del cielo, las coordenadas que se darán de él serán las correspondientes

a la media aritmética de las siete estrellas principales anteriormente relacionadas.

De esta manera, las coordenadas ecuatoriales absolutas y eclípticas medias son:

ascensión recta, $\alpha = 56^{\circ},444027$ longitud eclíptica, $\lambda = 59^{\circ},646198$

declinación, $\delta = 24^{\circ},263704$ latitud eclíptica, $\beta = 4^{\circ},291191$

La latitud geográfica sobre la que se van a realizar los cálculos va a ser la de $\varphi = 40^{\circ}$, ya que nos permite contrastar los resultados obtenidos con el planisferio comercial usualmente en venta.

Cálculo del tiempo sidéreo (θ) al orto/ocaso de las Pléyades.

Se define el tiempo sidéreo (θ), de un fenómeno astronómico dado, como el ángulo horario (H) que tiene el punto vernal (Υ) en ese momento, en este caso será el correspondiente al orto/ocaso de las Pléyades. Es igual a la suma del ángulo horario de las Pléyades (H), más su ascensión recta (α). El ángulo horario es el arco, medido en grados sobre el ecuador celeste, que tiene el astro, a partir del punto sur, en el sentido de las agujas del reloj y hacia el oeste.

Para calcularlo usamos la siguiente expresión:

$$\cos H = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta} \quad \text{como la distancia cenital, } z = 90^{\circ}, \text{ entonces } \cos 90^{\circ} = 0 \text{ y}$$

la expresión anterior queda como sigue, $\cos H = -\tan \varphi \tan \delta$ (4) y sustituyendo valores...

$\cos H = -\tan (40^{\circ}) \tan (24^{\circ}, 263704)$ entonces... $H_1 = 112^{\circ},223981$ (para el ocaso) y

$H_2 = 360 - H_1 = 247^{\circ}, 776019$ (para el orto) . Sabiendo los ángulos horarios al orto y al ocaso

de las Pléyades, entonces los tiempos sidéreos para estos momentos son :

$\theta_1 = H_1 + \alpha = 112^{\circ}, 223981 + 56^{\circ},444027 = 168^{\circ}, 668008$ para el ocaso

$\theta_2 = H_2 + \alpha = 247^{\circ},776019 + 56^{\circ},444027 = 304^{\circ}, 220046$ para el orto

Sabiendo los tiempos sidéreos al orto/ocaso de las Pléyades, como queremos hallar su " orto/ocaso cósmico ", buscaremos un tiempo sidéreo al orto/ocaso del Sol que sea igual o esté muy próximo al de las Pléyades, ya que el fenómeno sucede simultáneamente en el tiempo.

Cálculo del tiempo sidéreo (θ) al orto/ocaso del Sol

Teniendo en cuenta que el Sol tiene distintos ángulos horarios (H) para los ortos y ocasos a lo largo del año, ya que su declinación (δ) oscila entre $\delta = 23^{\circ},439279$ en el verano, hasta una $\delta = - 23^{\circ}, 439279$ en el invierno, debemos acotar la búsqueda de los acimuts (A), de salida y de puesta del Sol, que estén próximos a los acimuts al orto/ocaso de las Pléyades, ya que el cúmulo se encuentra cerca de la Eclíptica. Los pasos a seguir son:

1º. Hallar un intervalo de acimuts (A) de salida/puesta del Sol cercanos a los de las Pléyades.

$$\cos A = \frac{\sin \varphi \sin h - \sin \delta}{\cos \varphi \cos h} \quad (5) \quad \text{teniendo en cuenta que la altura del Sol (h) en los}$$

ortos/ocasos es $h = 0^{\circ}$ entonces $\sin h = 0$ y $\cos h = 1$ quedando la expresión anterior reducida a:

$$\cos A = \frac{-\sin \delta}{\cos \varphi} \quad (6)$$

Si miramos en el Planisferio, observamos en la ventana correspondiente al horizonte, para una $\varphi = 40^{\circ}$, que el acimut al orto de las Pléyades es un poco menor que el del Sol (la Eclíptica corta al horizonte más hacia el este que las Pléyades), mientras que es un poco mayor en su acimut al ocaso (la Eclíptica corta al horizonte más hacia el oeste). Como primera aproximación se van a hallar los acimuts al orto y ocaso de las Pléyades, a saber:

$$\cos A = \frac{-\text{sen}(24^{\circ},263704)}{\cos(40^{\circ})}, \text{ entonces } A_1 = 122^{\circ},441625 \text{ para el ocaso y } A_2 = 237^{\circ},558375$$

para el orto. Ahora hay que tomar intervalos sucesivos de acimuts, de grado en grado, después de $0^{\circ},5$, de $0^{\circ},2$, de $0^{\circ},1$ y realizar con cada uno de ellos todos los pasos (2° , 3° , 4° , 5° y 6°) que vamos a exponer a continuación, hasta que veamos cómo se van acotando más y más los intervalos de acimuts a trabajar, a medida que nos vamos aproximando en los tiempos sidéreos que vayamos obteniendo para el orto/ocaso del Sol, a los correspondientes de las Pléyades (θ_1 , θ_2), que hemos hallado en el punto anterior.

Realizadas todas las interpolaciones necesarias, al final el intervalo correcto para trabajar con él fue $117^{\circ},0824712 < A_1 < 118^{\circ},0824712$ (ocaso) y $244^{\circ},9175288 < A_2 < 245^{\circ},917528$ para el orto. Las cifras decimales de A_1 y A_2 son las que se arrastran en las sucesivas interpolaciones, desde el momento mismo que elegí (de forma arbitraria y guiado por el planisferio) la fecha del 7 de mayo como fecha central alrededor de la cual realizar la primera interpolación.

Tomada la declinación del Sol correspondiente a ese día $\delta = 16^{\circ} 44' 15''$, los acimuts obtenidos fueron: $A_1 = 112^{\circ},082471$ (ocaso) y $A_2 = 360^{\circ} - 112^{\circ},082471 = 247^{\circ},917528$ (orto)

Podía haber elegido también el 18 de mayo como primera aproximación, ya que es cuando tienen, aproximadamente, la misma ascensión recta las Pléyades y el Sol.

2°. Hallar la declinación (δ) del Sol correspondiente a cada intervalo de acimut para el orto y el ocaso.

Haciendo uso de la expresión (6) $\text{sen } \delta = -\cos A \cos \varphi$, sustituyendo los valores correspondientes en cada intervalo de acimut obtenemos, finalmente, los valores de la declinación del Sol. En este caso, los valores correctos encontrados fueron:

$$20^{\circ},411428 < \delta_1 < 21^{\circ},137618 \text{ (ocaso) y } 18^{\circ},215103 < \delta_2 < 18^{\circ},950027 \text{ (orto)}$$

3°. Hallar el ángulo horario (H) del Sol, al orto y ocaso, para cada una de las declinaciones anteriormente halladas.

Haciendo uso de la ecuación (4) $\cos H = -\text{tag } \varphi \text{ tag } \delta$ y realizando las correspondientes sustituciones, obtenemos como intervalos correctos para trabajar los siguientes:

$$108^{\circ},194811 < H_1 < 108^{\circ},930119 \text{ (ocaso) y } 253^{\circ},255353 < H_2 < 253^{\circ},970809 \text{ (orto)}$$

4°. Hallar la longitud eclíptica (λ) del Sol, al orto y ocaso, para cada una de las declinaciones obtenidas en el punto 2°.

Sea, en la imagen de al lado, el arco ΥS la longitud eclíptica (λ) del Sol. El arco ΥS_1 representa la ascensión recta (α) del Sol y el arco SS_1 es la declinación (δ) del Sol.

Por el teorema de los senos tenemos que....

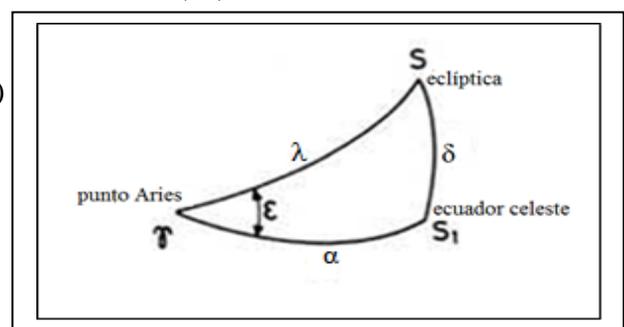
$$\frac{\text{sen } \varepsilon}{\text{sen } \delta} = \frac{\text{sen } 90^{\circ}}{\text{sen } \lambda} \text{ entonces } \sin \lambda = \frac{\text{sen } \delta}{\text{sen } \varepsilon} \quad (7)$$

De esta última expresión hallamos la longitud eclíptica (λ) del Sol por medio del $\arcsen \lambda$, después de sustituir los valores de la declinación (δ) y de la eclíptica $\varepsilon = 23^{\circ},439279$.

Finalmente obtenemos como intervalos correctos los siguientes:

$$61^{\circ},255184 < \lambda_1 < 65^{\circ},034425 \text{ (ocaso) y } 51^{\circ},797573 < \lambda_2 < 54^{\circ},725595 \text{ (orto)}$$

5°. Hallar la ascensión recta (α) del Sol en función de cada una de las longitudes eclípticas



(λ) halladas en el punto anterior.

Haremos uso de las siguientes ecuaciones de Bessel, que relacionan las coordenadas eclípticas (λ, β) con las ecuatoriales absolutas (α, δ).

Dividiendo la segunda entre la primera, y teniendo en cuenta que la latitud eclíptica del Sol es $\beta = 0^\circ$, entonces $\cos \beta = 1$ y $\sin \beta = 0$, se llega a... $\tan \alpha = \cos \varepsilon \tan \lambda$ (10)

Sustituyendo los valores de λ hallados antes obtenemos, también finalmente, los siguientes intervalos para la ascensión recta:

$59^\circ,127626 < \alpha_1 < 63^\circ,094482$ (ocaso) y $49^\circ,377914 < \alpha_2 < 52^\circ,368158$ (orto)

6°. Hallar el tiempo sidéreo (θ) del Sol para cada uno de los correspondientes valores de ascensión recta (α) y ángulo horario (H) obtenidos, respectivamente, en los puntos 5° y 3°.

Intentaremos ahora localizar el tiempo sidéreo, al orto y al ocaso del Sol, que sean igual, o casi igual, al tiempo sidéreo al orto y ocaso de las Pléyades. Cuando los hayamos encontrado anotamos el ángulo horario con el que van asociados cada uno de ellos y, volviendo al punto 3°, vemos la declinación con la que están relacionados. Sabiendo ya la declinación del Sol para estos dos momentos, solo tenemos que buscar en el Anuario Astronómico las fechas a las que corresponden. Como habrá dos posibles fechas para esa declinación nos fijamos en la ascensión recta de los tiempos sidéreos correspondientes al orto y ocaso del Sol para, en función de ellas, elegir la fecha correcta.

Resumiendo los resultados obtenidos en los puntos anteriores tenemos:

Sol

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long.eclíp-tica (λ)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	245°,5175	50°5494	18°,5094	52°,9477	253°,6854	304°,2347
ocaso	117°,3825	60°,2647	20°,6296	62°,3422	108°,4147	168°,6794

Pléyades

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long/Lat.eclíp (λ, β)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	237°,5584	56°,4440	24°,2637	$\lambda = 59^\circ,6461$ $\beta = 4^\circ,2911$	247°,7760	304,2200
ocaso	122°,4416				112°,2240	168°,6680

Mirando en el Anuario astronómico vemos que el Sol tiene estas coordenadas ecuatoriales absolutas los días 23/24 de mayo para el "ocaso cósmico" y el 13/14 de mayo para el "orto cósmico". Así mismo, mirando en el Planisferio comprobamos que las fechas obtenidas para los mencionados fenómenos cósmicos son correctas.

El objetivo siguiente consiste en encontrar el "orto/puesta helíaca" a partir del "orto/puesta

cósmica" cuyos días hemos hallado anteriormente. Antes debemos definir el "arco de visión" necesario para que se puedan ver las Pléyades, antes de la salida del Sol, durante el crepúsculo matutino o, después de su puesta, durante el crepúsculo vespertino.

Definimos el "arco de visión" como la distancia angular vertical, medida en grados, que hay entre las Pléyades y el Sol. Depende de muchos factores como las condiciones atmosféricas, el horizonte local, la refracción atmosférica, la magnitud del astro a observar, su acimut de salida respecto del Sol, fundamentalmente, entre otros más. Al ser las Pléyades un cúmulo globular de unos 2° de amplitud en el cielo, formado por estrellas de tercera, cuarta y quinta magnitud, además de casi coincidir su orto y ocaso sobre el horizonte local con el del Sol, puesto que se encuentran solo unos 4° por encima de la Eclíptica, donde transita el Sol, considero conveniente elegir un "arco de visión" de 18° (2° corresponderían al cúmulo para que se vea totalmente sobre el horizonte y los 16° restantes serían los necesarios para poder alcanzar el crepúsculo astronómico imprescindible para que se puedan ver las estrellas de más baja magnitud). Realizada la elección, ahora hay que responder a la pregunta: ¿ cuántos días habría que sumar al orto cósmico, o restar al ocaso cósmico, para que el Sol se encuentre 18° por debajo del horizonte y puedan ser visibles las Pléyades, por primera y última vez, respectivamente, antes de la salida o puesta del Sol ? . Para responder a esta cuestión necesitamos saber el ángulo de incidencia que tiene la trayectoria del Sol con el horizonte local, para una declinación (δ) y una latitud (φ) dadas,. Después, como el Sol recorre diariamente con ligerísimas variaciones un paralelo celeste, lo vamos a asimilar a la trayectoria que seguiría en el el cielo una estrella que tuviera su misma declinación.

En los dibujos de al lado se reproducen la trayectoria del Sol en la esfera celeste y, en un detalle aparte, el triángulo ABC con el que se va a trabajar. El ángulo i es la inclinación de la trayectoria del Sol con el horizonte, el ángulo $(A+i)$ es igual a 90° ya que sus lados son perpendiculares entre sí, el ángulo B es la colatitud del lugar (90°- φ) y el C también vale 90°. Haciendo uso de la tercera fórmula besseliana:

$$\text{sen } c \text{ sen } \varphi = \text{sen } a \text{ cos } \delta - \text{cos } a \text{ sen } \delta \text{ cos } 90^\circ \quad (11)$$

$$\text{de donde tenemos: } \text{sen } \varphi \text{ sec } \delta = \frac{\text{sen } a}{\text{sen } c} \quad (12)$$

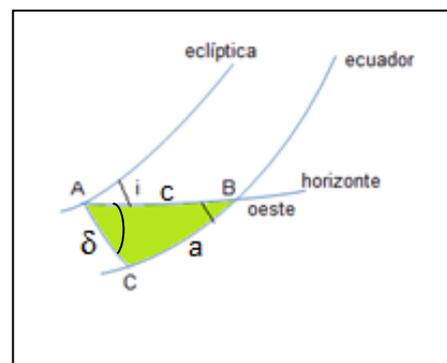
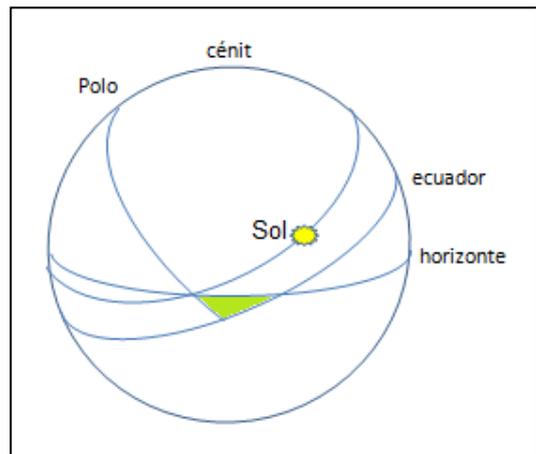
Según la segunda fórmula de Bessel se tiene :

$$\frac{\text{sen } \delta}{\text{cos } \varphi} = \frac{\text{sen } a}{\text{cos } i} = \text{sen } c \quad (13) \text{ y como}$$

$$\frac{\text{sen } a}{\text{sen } c} = \text{COS } i \quad (14), \text{ sustituyendo (14) en la (12)}$$

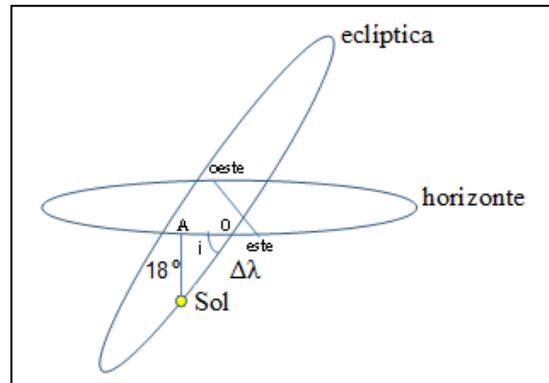
obtenemos la siguiente expresión que nos da la inclinación i en función de la latitud (φ) y de la declinación del Sol (δ) :

$$\text{cos } i = \text{sen } \varphi \text{ sec } \delta \quad (15). \text{ La latitud es } \varphi = 40^\circ \text{ y podemos saber la declinación del Sol}$$



en las fechas correspondientes a su "orto cósmico" (13 mayo), $\delta_1 = 18^\circ, 3147$; y a su " ocaso cósmico" (23 mayo), $\delta_2 = 20^\circ, 525$, es decir ha aumentado unos 2° . Ahora bien, como hay que sumar unos cuantos días al orto cósmico para que se produzca el "orto helíaco" y restar esos mismos días al ocaso cósmico para que se dé el " ocaso helíaco " , voy a tomar como criterio aproximado para hallar la inclinación (i) de la trayectoria del Sol esos días, elegir como declinación solar para el ocaso helíaco la correspondiente al orto cósmico (δ_1), y para el orto helíaco la del ocaso cósmico(δ_2), es decir: $\delta_1 = 20^\circ, 525$ y $\delta_2 = 18^\circ, 3147$ Sustituyendo estos valores en la fórmula (15)

hallamos que las inclinaciones son:
 $i_1 = 46^\circ, 6575$, el día del ocaso helíaco e
 $i_2 = 47^\circ, 3837$ para el día del orto helíaco.
 Sabiendo ya la inclinación (i) del Sol entonces podemos calcular el incremento en la longitud eclíptica que necesita el Sol para estar 18° por debajo del horizonte. Usando nuevamente el teorema de los senos, segunda de



Bessel, y según podemos ver en el dibujo de arriba tenemos:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } 18^\circ} = \frac{\text{sen } 90^\circ}{\text{sen } \Delta\lambda} \quad (16) \text{ y por tanto } \Delta\lambda = \text{arc sen } \frac{\text{sen } 18^\circ}{\text{sen } i} \text{ ya que } \text{sen } 90^\circ = 1$$

Sustituyendo i en la última ecuación nos quedaría $\Delta\lambda_1 = 25^\circ, 1445$ para el ocaso helíaco y $\Delta\lambda_2 = 24^\circ, 8292$ para el orto helíaco. Para saber en cuantos días el Sol recorre sobre la Eclíptica esa cantidad de grados las dividimos entre los $0^\circ, 985647/\text{día}$ que recorre cada día dándonos 25,51 y 25,19 días, respectivamente. Para unificar valores tomaré 25 días a restar para la puesta helíaca o a sumar para el orto helíaco. De esta forma podemos concluir que el 7 de junio se producirá el " orto helíaco " y el 28 de abril la " puesta helíaca ". Comprobando estos fenómenos helíacos en el Planisferio observamos que las fechas más o menos coinciden.

¿ Qué constelación zodiacal sale cuando las Pléyades se ponen, o viceversa ?

La observación del cielo en los tiempos antiguos tenían en cuenta tanto las estrellas o constelaciones que salían como las que se ponían, simultáneamente, sobre el horizonte local. Por esto es importante hallar, sobre la Eclíptica, el punto opuesto a las Pléyades, en el momento de su orto, para una latitud geográfica determinada.

Haciendo uso de los datos anteriormente obtenidos de las Pléyades y conociendo el tiempo sidéreo al orto de las mismas, podemos hallar el punto de la Eclíptica que está poniéndose en ese momento. Como se encuentra sobre la Eclíptica, su latitud es $\beta = 0^\circ$ y su longitud (λ) la encontramos mediante la siguiente expresión, que nos da la longitud de dos puntos de la Eclíptica, los cuales se hallan 180° separados en el horizonte local, asumiendo que las Pléyades estén también en la Eclíptica ($\beta = 4^\circ, 2911$).

$$\text{tag } \lambda = \frac{-\cos \theta}{\text{sen } \varepsilon \text{ tag } \varphi + \cos \varepsilon \text{ sen } \theta} = \frac{-\cos 304^\circ, 22}{\text{sen } 23,439279 \text{ tag } 40 + \cos 23,439279 \text{ sen } 304,22} \quad (17)$$

entonces el arctag $\lambda = 52^\circ, 928628$ o $232^\circ, 928628$. Tomamos el segundo valor ya que el punto no puede estar próximo a las Pléyades. Es decir, las coordenadas eclípticas son $\beta = 0^\circ$

y $\lambda = 232^{\circ},928628$ y ¿ cuáles son las coordenadas ecuatoriales absolutas (α, δ) de este punto ?. Haciendo uso de la expresión (10) $\tan \alpha = \cos \varepsilon \tan \lambda$ tenemos.....

$\tan \alpha = \cos 23^{\circ},439279 \tan 232^{\circ},928628$, y tomando su arctan, obtenemos $\alpha = 50^{\circ},529945$ o $\alpha = 230^{\circ},529945$, que al pasarla a horarias queda $\alpha = 15 \text{ h}, 22 \text{ m}, 7,2 \text{ s}$

Para hallar la declinación (δ) nos servimos de la siguiente expresión:

$\sin \delta = \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin \lambda$ (18), realizando las correspondientes sustituciones obtenemos $\delta = -18^{\circ},504574$ o $\delta = -18^{\circ} 30' 16",5$

Observando en el Planisferio comprobamos como, cuando las Pléyades están saliendo por el horizonte este, por el oeste se acaban de ocultar las estrellas α e ι de Libra, y un poco más hacia el sur, lo hacen las de la constelación de Escorpión.

Para calcular el punto que sale por el este cuando las Pléyades se ponen por el oeste seguimos el mismo proceso anterior, pero tomando ahora la hora sidérea de las Pléyades en el ocaso ($\theta = 168^{\circ},668$), entonces sale $\lambda = 242^{\circ},333112$, ($\beta = 0^{\circ}$) y unas coordenadas ecuatoriales: $\alpha = 240^{\circ},2551543 = 16 \text{ h}, 1 \text{ m}, 1,2 \text{ s}$ y $\delta = -20^{\circ},627812 = -20^{\circ} 37' 40",1$

Mirando en el Planisferio vemos que cuando las Pléyades se ponen por el horizonte oeste, por el este está saliendo β de Escorpión y falta poco para que lo haga la estrella δ , es decir el agujón de esta constelación.

¿ En qué fecha del año las Pléyades se encuentran en su culminación superior cuando el Sol está en su culminación inferior ?

Teniendo en cuenta que la hora sidérea es igual a la suma del ángulo horario más la ascensión recta del astro, $\theta = H + \alpha$, como en su culminación meridiana superior, en el punto Sur, su ángulo horario es $H = 0^{\circ}$, entonces $\theta = \alpha$, es decir, $\theta = 56^{\circ},444$.

Ya que en ese mismo momento el Sol se halla en su culminación meridiana inferior, en el punto Norte, entonces su ángulo horario $H = 180^{\circ}$, y por consiguiente su hora sidérea sería $\theta = 180^{\circ} + \alpha = 56^{\circ},444$ (la misma que la de las Pléyades). Despejando la ascensión recta queda $\alpha = -123^{\circ},556$, como no hay α negativas la expresamos como $\alpha = 360^{\circ} - 123^{\circ},556 = 236^{\circ},444$ o $\alpha = 15 \text{ h}, 45 \text{ m}, 46,5 \text{ s}$

Si miramos en el Anuario Astronómico vemos que el Sol alcanza esa ascensión recta aproximadamente el 20 de noviembre.

Para hallar la altura meridiana (h) que alcanzan en el punto Sur, se halla como la de cualquier otro astro del que se conoce su declinación (δ), a través de la expresión :

$$h = (90^{\circ} - \varphi) + \delta = 50^{\circ} + 24^{\circ},2637 = 74^{\circ},2637$$

¿ Qué estrellas se encuentran en su culminación meridiana superior, en el punto Sur, en los momentos correspondientes al orto y ocaso de las Pléyades ?

Partiendo nuevamente de que el tiempo sidéreo al orto y ocaso de las Pléyades es igual al de la estrella en su culminación meridiana superior, cuando su ángulo horario $H = 0^{\circ}$ y su tiempo sidéreo es $\theta = H + \alpha = \alpha$ es decir, su tiempo sidéreo es igual a su ascensión recta e igual también a la hora sidérea al orto de las Pléyades $\theta = 304^{\circ},220024$ o $\theta = 20 \text{ h}, 16 \text{ m}, 52,8 \text{ s}$. Ahora lo siguiente es buscar que estrellas tienen una ascensión recta igual o muy próxima a este último tiempo sidéreo. Ayudándonos del Planisferio vemos que son las siguientes:

γ Cisne (Sadr) que tiene una $\alpha = 305^{\circ},557083 = 20 \text{ h}, 22 \text{ m}, 13,7 \text{ s}$

θ Aguila (Tseen Foo) con una $\alpha = 302^{\circ},826208 = 20 \text{ h}, 11 \text{ m}, 18,2 \text{ s}$

α_1 Capricornio (Al Giedi), $\alpha = 304^{\circ},411958 = 20 \text{ h}, 17 \text{ m}, 38,8 \text{ s}$

α_2 Capricornio (Secunda Giedi), $\alpha = 304^{\circ},513417 = 20 \text{ h}, 18 \text{ m}, 3,2 \text{ s}$ estas dos últimas forman un sistema binario separadas solamente $6'$ y $5'',2$.

Para encontrar las correspondientes estrellas meridianas cuando se produce el ocaso de las Pléyades, tomaremos la hora sidérea en su ocaso $\theta = 168^{\circ},668 = 11 \text{ h}, 14 \text{ m}, 40,3 \text{ s}$

De nuevo con la ayuda del Planisferio vemos que son :

δ Leo (Duhr) con una $\alpha = 168^{\circ},527083 = 11 \text{ h}, 14 \text{ m}, 6,5 \text{ s}$

θ Leo (Chertrán), $\alpha = 168^{\circ},56 = 11 \text{ h}, 14 \text{ m}, 14,4 \text{ s}$

δ Cráter (Labrum), $\alpha = 169^{\circ},835 = 11 \text{ h}, 19 \text{ m}, 20,4 \text{ s}$

Todo este amplio estudio realizado sobre las Pléyades en la actualidad para un observador situado en una latitud de 40° N nos permite decir:

- Salen a las 4 h, 31 m, 6 s y se ponen a las 19 h, 28 m, 54 s de hora solar local.
- Tienen su orto por un punto del horizonte NE, $32^{\circ},5$ hacia el N y se ponen por un punto del NO, también $32^{\circ},5$ hacia el N.
- Su puesta helíaca se produce el 28 de abril, mientras que su orto helíaco se da el 7 de junio. con lo cual hay un periodo de invisibilidad de unos 40 días.
- En el mes de octubre se hacen visibles durante el crepúsculo vespertino pasadas unas dos horas del ocaso solar.
- El mejor mes para observarlas es noviembre pues son visibles desde el anochecer hasta el amanecer.
- En febrero se encuentran ya altas en el horizonte cuando se pone el Sol.
- Son visibles durante todo el verano, apareciendo paulatinamente más altas y hacia el sur, antes del orto solar.

De ahora en adelante el estudio se centrará en desarrollar el título del presente trabajo:

" Momentos históricos de las Pléyades ", en los que se expondrá la importancia y notoriedad que han tenido para las culturas del Mundo Antiguo y también desde la Prehistoria.

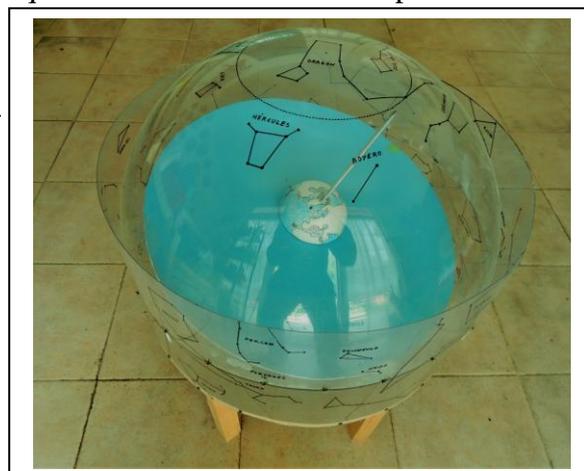
Al abarcar un amplio periodo de tiempo de varios milenios de años, es necesario que hagamos mención de los diferentes movimientos que afectan a la Tierra como pueden ser el movimiento de precesión, tanto general como

planetaria, que cambian, poco a poco, las coordenadas celestes de las estrellas, así como su movimiento propio en el espacio.

La precesión de los equinoccios es el cambio lento y gradual en la orientación del eje de rotación de la Tierra, haciendo que se desplace alrededor del Polo de la Eclíptica, trazando un cono en el espacio con un periodo de unos 25.760 años, conocido como "año platónico". La causa se debe a la inclinación del eje de la Tierra respecto al plano de la Eclíptica y a su abultamiento

ecuatorial, sobre la que actúan la atracción del Sol y de la Luna, produciendo un momento de fuerza, que origina el movimiento precesional. Sus efectos son:

- Variación en el plano del Ecuador celeste y de su punto de corte con el plano de la Eclíp-



Maqueta de precesión de los equinoccios

tica (punto Aries).

- Retrogradación de este punto Aries sobre el plano eclíptico, actualmente es 50",29/año.
- Variación del Polo Norte celeste sobre el fondo de estrellas.

La precesión planetaria causada por la atracción de los planetas, especialmente Júpiter, origina un movimiento en sentido contrario a la precesión lunisolar de 0",12/año.

La suma de los efectos de la precesión de los equinoccios, la precesión planetaria y el de la nutación originada por la Luna, se conoce como precesión general.

También hay que tener en cuenta la variación en la inclinación del eje terrestre, que oscila entre 22°,1 y 24°,5 a lo largo de un ciclo de 41.000 años. En el actual ciclo se alcanzó un máximo de 24°, 14', 7" en el 7530 a.C. y se alcanzará un mínimo de 22°, 36', 41" en el 12000 d.C. Actualmente la inclinación es de 23°, 26', 21",4 en el año 2000 . La combinación de todos estos movimientos orbitales de la Tierra originan un cambio paulatino en las coordenadas, tanto ecuatoriales como eclípticas, de los distintos cuerpos celestes. Esto se podrá apreciar claramente comparando los cuadros que representan, en coordenadas eclípticas, las constelaciones zodiacales correspondientes a cada uno de los momentos de estudio de las Pléyades a lo largo de la Historia. Así mismo, para reflejar de forma más clara el movimiento de precesión se incluirán imágenes que nos indicarán la posición del Polo Norte Celeste y del Punto Aries para cada fecha histórica.

No se detallarán los desarrollos matemáticos concretos necesarios para hacer las correcciones derivadas del movimiento propio de cada estrella y de la precesión de los equinoccios. Para consultar este tipo de operaciones a realizar, ver mi artículo " Planisferios para épocas remotas " en la revista Nadir, nº 33 (2017).

Por último comentar, que el estudio realizado sobre las Pléyades en la actualidad servirá de modelo matemático comparativo para el desarrollo posterior de contenidos acerca de :

- 1º.- Cueva de Lascaux (15300 a.C.)
- 2ª.- Ciudad de Uruk (4000 a. C.)
- 3º.- Ciudad de Nippur (1300 a.C.)
- 4º.- Ciudad de Atenas (600 a.C.)

CUEVA DE LASCAUX

La cueva de Lascaux se encuentra en el suroeste de Francia, en el Valle de la Vézère, cerca de Montignac (Dordoña). Allí se localizan numerosos sitios y cuevas prehistóricas, con representaciones tan emblemáticas como La Venus de Laussel, el abrigo de La Moustier, epónimo de la cultura Musteriense, asociada al hombre de Neandertal, el abrigo de Cro-Magnon, que da nombre a nuestra especie de Homo Sapiens, por los esqueletos allí encontrados, del Paleolítico Superior, y la propia cueva de Lascaux, entre otros tantos yacimientos, declarados Patrimonio de la Humanidad por la UNESCO en el año 1979.



La cueva está compuesta por una serie de salas y pasillos, denominadas por el abate Breuil, eminente prehistoriador francés del siglo pasado, el Abside, la Nave, la Sala de los toros, el Pozo y otras galerías. Es en la Sala de los toros en la que vamos a centrar nuestra atención. Es la primera de todas ellas, con forma circular y la más importante, por la cantidad y calidad de los animales representados.

Hasta hace poco las teorías sobre el arte rupestre prehistórico hablaban del " arte por el arte " así como del arte como actividad propiciatoria de la caza, además de una posible representación de la dualidad masculino - femenino, entre otras más, para explicar su origen. Hoy se abre paso una nueva teoría que relaciona este arte con los conocimientos astronómicos que poseían estos grupos recolectores - cazadores del Paleolítico.

Esto es lo que defienden autores como el arqueoastrónomo Michael Rappenglück y la profesora Chantal Jegues- Wolkiewiez que ven en las representaciones que hay en las paredes de la cueva un intento de reflejar el cielo, con las constelaciones principales, formadas por sus estrellas más brillantes, tal y como se veían desde la colina de Lascaux durante el Magdalenense Inferior, hace unos 17.300 años.

Lo primero a señalar es que se aprecia una cierta relación entre la orientación geográfica que presenta la cueva y el arte de su interior, es decir existe una intencionalidad en hacer de esta cavidad natural un santuario de su saber astronómico.

Localización geográfica de Lascaux.

Para situarla sobre la superficie terrestre y también como datos necesarios para los posteriores desarrollos matemáticos que se harán, es necesario saber sus coordenadas geográficas:

Latitud (φ) : 45° 2' 34" Norte = 45°, 042833

Longitud (L) : 1° 10' 20" Este = 1°, 17233

Con objeto de hacer un estudio lo más riguroso posible necesitamos saber la inclinación del eje de la Tierra y, por consiguiente del plano de la Eclíptica, puesto que la declinación diaria del Sol estará en función del mismo, al variar la situación de los Trópicos, a medida que cambia la inclinación terrestre.

Para calcular cual era la inclinación del eje de la Tierra hace 17.300 años utilizaremos la expresión de J. Laskar :

$$\varepsilon = 23^{\circ} 26' 21'',448 - 4.680'',93 U - 1'',55 U^2 + 1.999'',25 U^3 - 51'',38 U^4 - 249'',67 U^5 - 39'',05 U^6 + 7'',12 U^7 + 27'',87 U^8 + 5'',79 U^9 + 2'',45 U^{10} \quad (19)$$

en la que $U = 1 = 10.000$ años, contados a partir del año 2000 d.C., positivo hacia adelante en el tiempo y negativo hacia atrás. En este caso $U = 1,73$.

Realizada la sustitución de esta variable en la anterior expresión da $\varepsilon = 23^{\circ}, 9291014$

Para calcular la declinación del Sol cada día del año, en función de la inclinación de la Eclíptica anteriormente hallada, hacemos uso de la fórmula siguiente:

$$\text{sen } \delta = \text{sen} - 23^{\circ},9291014 \cdot \cos[(360^{\circ}/365,24) \cdot (N+10) + (360^{\circ}/\pi) \cdot 0.0167 \cdot \text{sen}[(360^{\circ}/365,24) \cdot (N-2)]] \quad (20)$$

en la que N es igual al número del día del año, siendo N=1 para el 1 de enero y N= 365 para el 31 de diciembre.

Conocidas la declinación y la latitud del lugar podemos hallar el ángulo horario (H), para cada día del año, mediante la expresión $\cos H = - \text{tag } \delta \cdot \text{tag } \varphi$, por ejemplo :

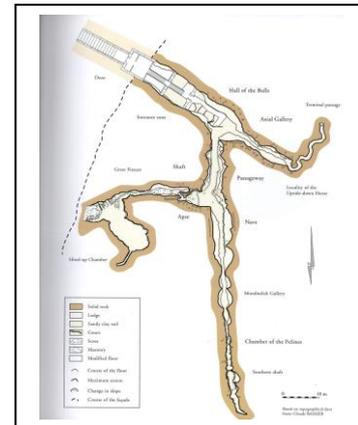
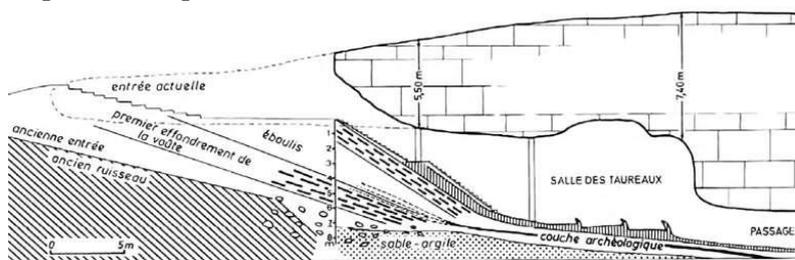
para el 15 de febrero, N = 46 , entonces la declinación $\delta = - 12^{\circ}, 932664$ y los respectivos

ángulos horarios encontrados son $H_1 = 76^\circ, 704444$ (ocaso) y $H_2 = 283^\circ, 295556$ para el orto.

Estos datos son importantes para hallar posteriormente las fechas en las que se producían el orto y ocaso helíaco.

Todos los datos y cálculos anteriores nos ponen en disposición de analizar la experiencia vivida por Chantal Jegues-Wolkiewiez y el conservador de la cueva Jean Michel Geneste, durante el solsticio de verano del año 1.999, cuando fueron testigos de cómo el Sol, al ponerse, iluminaba con sus rayos completamente el interior de la rotonda y el friso de los Toros, durante un cierto tiempo. Esto les permitía decir que, durante unos cuantos días, los pintores paleolíticos pudieron ejecutar su obra artística.

Según ellos, esto no era excepcional, sino que ocurría también en otras cuevas de la región, las cuales estaban orientadas al orto o puesta del Sol durante los solsticios o los equinoccios. Mirando los planos en planta de la cueva, la dirección del eje axial de la entrada tiene un acimut de 304° , contados a partir del punto Norte (acimut civil) o 124° de acimut astronómico, aunque ya desde un acimut de 122° la Sala de los Toros era iluminada. Hay que tener en cuenta que la entrada antigua ha cambiado, a causa de los derrumbes del techo de la cornisa, respecto a la que se abría al exterior en el 15300 B.C.



En las siguientes imágenes se pueden ver los dos planos, en planta y perfil de la cueva, que nos orientan sobre los cambios que se han producido y sobre el acimut del pasaje de entrada.

De inmediato surgen varias preguntas que vamos a intentar responder.

¿Cuál era el acimut con el que el Sol se ponía durante el solsticio de verano ?

Para calcularlo hacemos uso de la expresión (6) $\cos A = - \sin \delta / \cos \varphi$, obteniendo un resultado de $A_1 = 125^\circ, 0326169$ para el ocaso y $A_2 = 234^\circ, 9673831$ para el orto.

Según este primer valor , el Sol se pone con un $A = 305^\circ, 0326169$ de acimut civil, que corresponde, según la ecuación (4), a un ángulo horario $H = 116^\circ, 3856457$

¿Con qué altura el Sol cruzaba el vertical correspondiente al eje medio de entrada de la cueva, que tiene un acimut civil $A = 304^\circ$?

Los datos que disponemos para contestar a esta pregunta son:

$$A = 124^\circ, \text{ (astronómico) }, \varphi = 45^\circ, 042833, \delta = 23^\circ, 9291014$$

Haciendo uso de las ecuaciones que nos permiten pasar de las coordenadas horizontales (A, h) a ecuatoriales horarias (H, δ)

$$\cos h \cdot \cos A = \sin \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H - \cos \varphi \cdot \sin \delta \quad (21)$$

$$\cos h \cdot \sin A = \cos \delta \cdot \sin H \quad (22) \quad \text{dividiendo la primera entre la segunda queda :}$$

$$\cotag A \cdot \sin H = \sin \varphi \cdot \cos H - \cos \varphi \cdot \tag \delta \quad (23) \dots\dots\dots \text{Haciendo la sustitución$$

$\text{sen } H = \sqrt{1 - \cos^2 H}$ junto con los valores de A , φ y δ , nos queda la siguiente ecuación de 2º grado en $\cos H$:

$0,9557093 \cos^2 H - 0,4437463 \cos H - 0,3566533 = 0$ Resolviendo la ecuación elegimos como valor correcto de $H = 114^\circ,9202634$. Sustituyendo este valor de H en la ecuación (22) nos queda $\cos h = \frac{\cos \delta \cdot \text{sen } H}{\text{sen } A}$ y el $\arccos h = 0^\circ,8531673$ que corresponde a

la altura del Sol cuando tiene un acimut de 124° . Para saber a qué hora el Sol se encontraba en este acimut nos fijamos en su ángulo horario en ese momento, para después encontrar la hora solar civil dividiendo entre 15, ya que $1h = 15^\circ$ y como el ángulo horario se mide sobre el Ecuador Celeste, a partir del punto Sur, y el tiempo civil comienza a contar desde las 0h, cuando el Sol se halla en su culminación inferior y en el punto Norte, le sumaremos 12h. De esta manera la hora local sería $h' = (114^\circ,9202634 / 15) + 12 = 19 \text{ h } , 39 \text{ m } , 40,8 \text{ s}$

Antes se dijo que la Sala de los Toros quedaba iluminada desde que el Sol se encontraba ya iluminada desde que el Sol se encontraba ya con un acimut de 122° . Realizando para este acimut un cálculo similar al anterior obtenemos una altura $h = 2^\circ,5552986$ y una hora civil h' igual a $h' = 19 \text{ h } , 28 \text{ m } , 11,5 \text{ s}$. Hay que tener en cuenta también que la hora h' a la que se ponía el So el día del solsticio de verano era igual a $h' = 19 \text{ h } , 45 \text{ m } , 32,5 \text{ s}$.



Puerta de entrada a la cueva

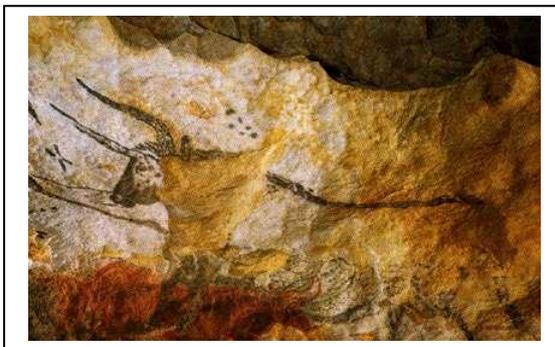
De esta manera concluimos que, como mínimo,

sin tener en cuenta el fenómeno de la refracción atmosférica y la influencia de la orografía local, la galería de entrada estaría directamente iluminada unos 18 minutos durante varios días seguidos, mientras la declinación del Sol no variara mucho durante el solsticio de verano, esto permitiría a los pintores realizar su obra artística. Así pues, parece que la elección de la cueva, al igual que sucede con otras muchas más de la zona, estaba justificada por su alineación hacia el ocaso del Sol durante el solsticio de verano.

Ha llegado el momento de centrar el trabajo en las Pléyades y su posible representación en el toro nº 19 de la Sala, en el que se pueden apreciar seis puntos negros pintados sobre su cerviz, con una distribución muy similar a la que tienen las estrellas principales del cúmulo.

¿ Qué papel jugaban las Pléyades para esta sociedad paleolítica en su existencia diaria ?

Parece lógico pensar que, al igual que ocurrirá en posteriores sociedades históricas como pu-



Toro nº 19 de la cueva de Lascaux

dieran ser la egipcia y la mesopotámica, el orto y el ocaso de las Pléyades, dentro de la constelación de Tauro, tendrían una importancia destacada, pero ¿ en qué fechas del año se producían y qué significado se le daba ?. Para obtener una respuesta a la pregunta se desarrollarán diferentes hipótesis haciendo uso de los datos disponibles y del modelo matemático llevado utilizado para el estudio de las Pléyades en la actualidad, época (J 2000).

Las Pléyades en el 15000 a.C.

Una consecuencia directa de la precesión general es la variación en el tiempo tanto del Punto Aries como del Polo Norte Celeste. Después de haber hallado los tres ángulos precesionales (ζ, Θ, Z) necesarios para los cálculos, encontramos que sus valores para esta época eran:

$$\zeta = -131^{\circ},0433719 \quad \Theta = -40^{\circ},9825325 \quad Z = -124^{\circ},9589913$$

Haciendo uso de los mismos encontramos las coordenadas ecuatoriales correspondientes al Polo Celeste y al Punto Aries en el año 15000 a.C.

Punto Aries

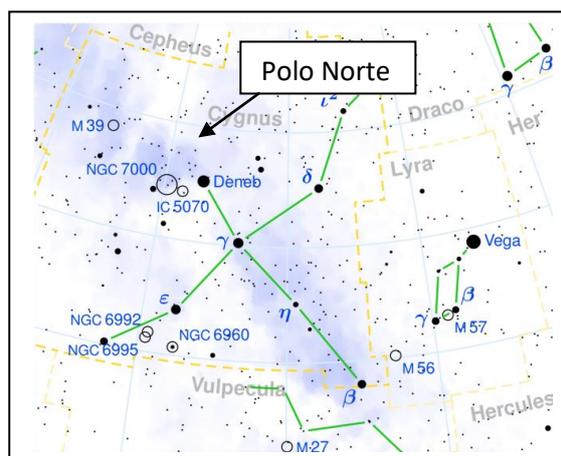
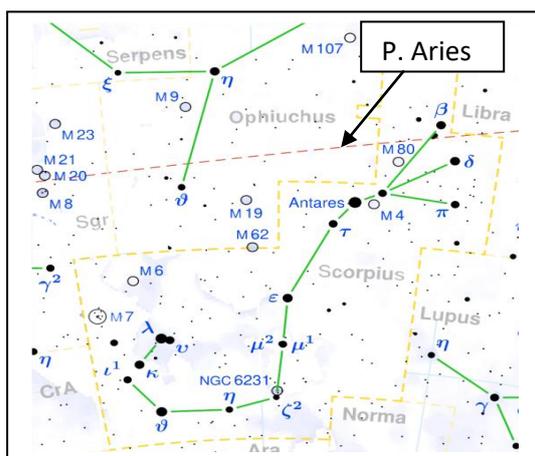
$$\alpha_0 = 311^{\circ},043372 = 20 \text{ h}, 44 \text{ m}, 10,4 \text{ s}$$

$$\delta_0 = 49^{\circ},017467 = 49^{\circ} 1' 2'',9$$

Polo Norte celeste

$$\alpha_0 = 248^{\circ},86795 = 16 \text{ h}, 35 \text{ m}, 28,3 \text{ s}$$

$$\delta_0 = -22^{\circ},0727 = -22^{\circ} 4' 21'',7$$



Los resultados obtenidos para el Sol y las Pléyades correspondientes a su orto/ocaso cósmico han sido los siguientes:

Sol

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long.eclíptica (λ)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	262°,783970	168°,416109	5°,091919	167°,342678	264°,880183	73°,296293
ocaso	88°,456029	182°,459367	-1°,090869	182°,690307	88°,907299	271°,366667

Pléyades

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long/Lat. eclíp (λ, β)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	257°,343970	172°,323220	8°,905745	$\lambda = 169^{\circ},3786$ $\beta = 5^{\circ},0470$	260°,971077	73°,294298
ocaso	102°,656029				99°,028922	271°,352142

Con los resultados obtenidos, ahora tenemos que encontrar la fecha del año en la que se producía el orto y ocaso cósmico. Para lograrlo nos iremos a cotejar los datos obtenidos, mediante la fórmula (20), de la declinación del Sol para cada día del año, así como del ángulo horario al orto y ocaso correspondiente, una vez que se conocen la declinación (δ) y la

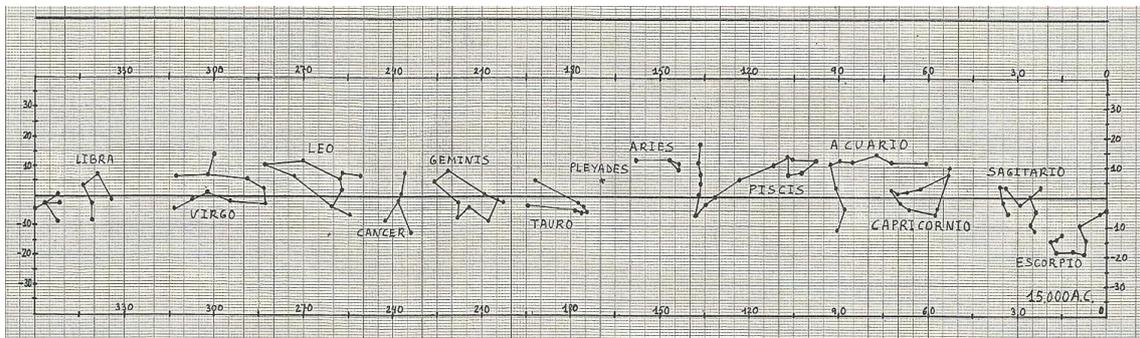
latitud del lugar, mediante la fórmula (4). En el estudio sobre las Pléyades en la actualidad (J 2.000) habíamos acudido a los datos del Anuario Astronómico.

Como fechas posibles para el orto cósmico nos salen el 1 de abril y el 9 de septiembre, de las dos cogemos esta última porque en esa fecha la ascensión recta correspondiente al Sol es aproximadamente de 168° . Para el ocaso cósmico sale el 24 de septiembre.

Una vez tenemos las fechas de ambos fenómenos cósmicos, ahora debemos encontrar los correspondientes fenómenos helíacos (orto y ocaso). Siguiendo nuestro modelo J 2000, necesitamos saber aproximadamente la inclinación de la eclíptica con el horizonte en esos momentos, por lo que tomamos como valor de $\delta_1 = 5^\circ,052295$ (orto cósmico, 9 septiembre) lo que da una inclinación para la puesta helíaca $i_1 = 44^\circ,732915$ y para el orto helíaco, tomamos una declinación $\delta_2 = -0,8579811$ (ocaso cósmico, 24 septiembre) dando una inclinación para el orto helíaco $i_2 = 44^\circ,950732$. Con estos valores obtenemos un $\Delta\lambda_1 = 26^\circ,044399$ y un $\Delta\lambda_2 = 25^\circ,937617$ que son los grados que necesitaría el Sol recorrer sobre la Eclíptica para que estuviera 18° por debajo del horizonte en la puesta helíaca y en el orto helíaco. Al dividir entre $0^\circ,985647/\text{día}$ que recorre el Sol nos dan unos 26 días a restar y sumar respectivamente, quedando como puesta helíaca el 29 de agosto el 5 de octubre para el orto helíaco. ¿ Qué interpretación podemos hacer del posible uso de estas fechas por los habitantes prehistóricos de la cueva de Lascaux?

Como aproximación a la respuesta nos puede servir la siguiente imagen que recoge las constelaciones zodiacales y las Pléyades, representadas en coordenadas eclípticas, ya corregidas de movimiento propio y precesión.

Constelaciones del zodiaco en coordenadas eclípticas



Según se puede apreciar en la banda zodiacal, las Pléyades con una $\lambda = 169^\circ, 389$ se encontraban muy cerca del Punto Libra, cuando el Sol tiene una $\lambda = 180^\circ$, situado entonces en la constelación de Tauro. Más o menos a mediados del mes de septiembre se encontrarían en conjunción con el Sol, impidiendo su visibilidad. Es por esto que desde su última aparición, el 29 de agosto, durante el crepúsculo vespertino, hasta su primera aparición, al amanecer del día 5 de octubre, el cúmulo permanecería invisible durante 37 días. Llegados aquí parece conveniente decir que si se hubiera elegido 20° como arco de visión, entonces la fecha para la puesta helíaca sería el 26 de agosto y el orto helíaco se produciría el 9 de octubre, con lo que el periodo de invisibilidad sería de unos 44 días. Estas fechas son, más o menos, las que defiende Karl Fabricius en su artículo " Lo que los pintores de la cueva de Lascaux nos cuentan sobre lo que nuestros ancestros sabían de las estrellas ".

En cualquier caso, se puede inferir que transcurrido la mitad de su periodo de invisibilidad, se producía la entrada en el equinoccio de otoño, con la importancia que esto tendría en los

cambios que se daban en su medio natural y en sus formas de vida como pudieron ser la recolección de los frutos de otoño, la igualdad en el tiempo de luz y oscuridad, el apareamiento de algunos mamíferos vitales para ellos, las migraciones anuales de animales, el traslado de todo el grupo a los campamentos de invierno.. entre otros más. En una sociedad nómada de cazadores-recolectores estos cambios no podían pasar desapercibidos, pues estaba en juego la propia supervivencia de la tribu si no se tenían en cuenta.

Transcurridos seis meses, las Pléyades se encontrarían en oposición con el Sol, que en ese momento se encontraría próximo a alcanzar el Punto Aries, situado entonces en la constelación de Escorpión, anunciando la llegada de la primavera y de los cambios asociados a la misma. Entonces se encontrarían, a medianoche, en su culminación superior, en el punto Sur, alcanzando una altura meridiana de:

$h = (90^\circ - \varphi) + \delta = (90^\circ - 45^\circ,042833) + 8^\circ,905745 = 53^\circ, 862912$, mientras el Sol se encontraba en su culminación inferior, en el punto Norte.

Es lógico pensar que, como consecuencia de la observación diaria de las trayectorias tanto del Sol como de las estrellas, tendrían localizados en su horizonte local los puntos cardinales. A modo de conclusión podemos intuir la importancia del ciclo anual de las Pléyades que, a modo de marcador temporal, servirían para medir el paso del tiempo, durante generaciones y generaciones, a estos grupos tribales del Mediodía francés durante el Paleolítico Superior.

Ciudad de Uruk

La antigua ciudad de Uruk, la moderna Warka, se encuentra situada al Sur de Irak, dentro de la zona que los griegos denominaron " Mesopotamia ", que significaba " país entre ríos ", es decir, la región que quedaba comprendida entre los ríos Éufrates Y Tigris. Esta zona del Próximo Oriente formó parte de lo que se conoce como Creciente Fértil, la zona nuclear donde se produjo la Revolución Neolítica, a partir del VI milenio A.C., con yacimientos tan emblemáticos como Hassuna, Halaf, Samarra y el Obeid.

Los poblados neolíticos fueron asentándose paulatinamente en este espacio natural arenoso, plano y lleno de marismas, pues parece ser que entonces el Éufrates y el Tigris se unían más al norte de la ciudad para luego dividirse en multitud de canales que inundaban la llanura aluvial, mientras que por el sur, la línea de costa del Golfo Pérsico llegaba más adentro que en la actualidad, casi hasta bañar la ciudad de Ur.

La llegada a la región, a principios del IV milenio a.C. del pueblo sumerio, cuyo origen se desconoce, aunque en su mitología se localice su cuna o "Paraiso" en Dilmún, el actual archipiélago de Bahreín, en el Golfo Pérsico, trajo consigo múltiples avances en todos los campos del saber y la posterior Revolución Urbana, mo-



Ciudades de la antigua Mesopotamia

mento en el que surgen multitud de ciudades - estado en el territorio de Sumer.

Entre estas ciudades se encontraba Uruk, la bíblica Erech fundada por Nimrud, uno de los hijos de Ziusudra, nuestro Noe, aunque según la Lista Real Sumeria fue fundada por el rey Enmerkar, soberano de la I Dinastía, sobre el 2900 a.C.

La desaparición en la zona de la cerámica pintada del Obeid, yacimiento neolítico situado cerca de la ciudad de Ur y su sustitución posterior por la cerámica pulida gris y roja, sirve de marcador para la transición al periodo de Uruk, aproximadamente en el 4300 a.C. y se prolonga hasta el 3450 a.C.

Las principales innovaciones de este periodo fueron: el arado que sustituyó a la azada, el torno del alfarero, el carro de cuatro ruedas, el desarrollo de la metalurgia de los metales como el oro, plata, plomo, cobre y sus aleaciones respectivas, el desarrollo de la glíptica y en particular de los cilindros-sellos; y en el campo de las ciencias, la implantación del cálculo matemático y de la escritura, que hacen acto de presencia al final de este periodo en el yacimiento de Jemdet Nasr, cerca de Babilonia y en la propia Uruk.



Ciudad de Uruk

Uno de sus personajes más legendarios es Gilgamesh, el héroe-rey constructor de su muralla, con una longitud de unos 9 Km. y una altura de 15 m. En su interior la ciudad albergaba dos barrios principales, en donde se encontraban las construcciones más importantes y monumentales con una función político- religiosa todavía no muy clara, como eran el Eanna y el Kullab.

El Eanna.

Según los textos sumerios, fue construido por Enmerkar sobre el terreno llano de una antigua colina. Era el centro económico y social de la ciudad y albergaba el templo dedicado a la diosa Innana, diosa del amor y protectora de la ciudad. Constaba de una serie de edificios entre los que sobresalían:

- El edificio del "cono de piedra", construido entre 3800 - 3400 sobre las ruinas de un templo anterior, de la época del Obeid.

Estaba rodeado por un muro de piedra caliza y su fachada principal estaba decorada con conos de piedra de diferentes colores, embutidos en los muros de ladrillos.

- El templo de "piedra caliza", construido con este material en el 3400 a.C., sobre una terraza natural de unos 2 m de alto,

dedicado a la diosa Inanna y decorado también con mosaicos de conos de piedra. Tenía planta rectangular, con una sala también rectangular y estaba alineado con los puntos cardinales.

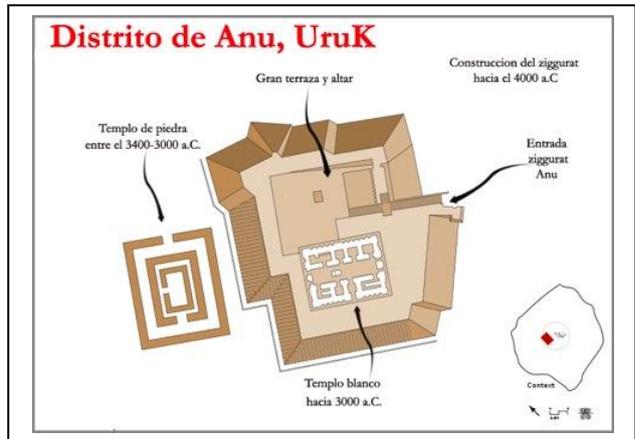
- Entre estos dos edificios se construyeron entre el 3400 y el 3200 otros edificios como el " Edificio Riemchen", llamado así por los excavadores alemanes por el tipo de ladrillo cuadra-



do utilizado en su construcción y el "Templo de los mosaicos conos". Posteriormente fueron construidos más edificios como " El templo Rojo" y el "Edificio de tierra apisonada".

El Kullab

Se levantaba en una zona abrupta y elevada y estaba formado por el "Gran zigurat de Anu", construido sobre el 4000 a.C y dedicado al dios del cielo, llegó a tener 21 m. de altura. Estaba coronado por el "Templo Blanco", construido en el 3000 a.C. y era llamado así por estar recubierto enteramente de yeso blanco visible desde muy lejos. Se accedía a él a través de una gran rampa con abundante simbología de carácter ritual.



Para finalizar esta introducción histórica, decir que la fecha elegida para el estudio astronómico corresponde al Periodo Uruk Temprano (4000 - 3800), niveles IX - VI.

Las Pléyades en el 4000 a.C.

El eje temático sobre el que va a girar el desarrollo de contenidos va a ser el motivo, tantas veces representado en todas las artes decorativas de Mesopotamia a lo largo de su historia, como es el combate entre el león y el toro.

Según distintos investigadores que se han interesado por el tema, ambos animales se identifican con las constelaciones de Leo y Tauro, que junto con Escorpio, aparecen en diversas obras artísticas, acompañadas en ocasiones de otros elementos decorativos como estrellas, puntos y esferas, ya desde el IV milenio, y se prolonga hasta la época persa. Antes de abordar el contenido matemático y los resultados obtenidos, es conveniente situar geográficamente la ciudad de Uruk:



Palacio de Persépolis

Latitud (φ) = 31° , 19' , 20" Norte = 31°, 322222

Longitud (L) = 45° , 38' , 10" Este = 45°, 636111

La inclinación del eje de la Tierra para ese tiempo era $\varepsilon = 24^\circ, 1024357$, dato necesario para poder hallar la declinación diaria del Sol y su ángulo horario al orto y ocaso.

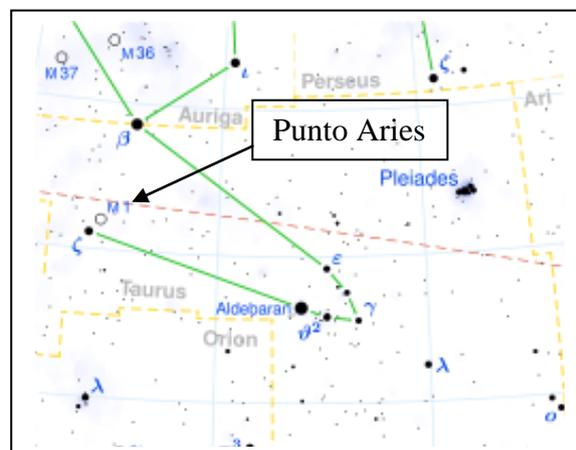
Los tres ángulos precesionales (ζ , Θ , Z) para el 4000 a.C. eran :

$\zeta = -39^\circ, 2149589$

$\Theta = -31^\circ, 3218469$

$Z = -38^\circ, 434471$

Realizados los cálculos pertinentes, encontramos las coordenadas del Polo Celeste y el Punto Aries:



Punto Aries

$$\alpha_0 = 82^{\circ},0456815 = 5 \text{ h}, 28 \text{ m}, 10,9 \text{ s}$$

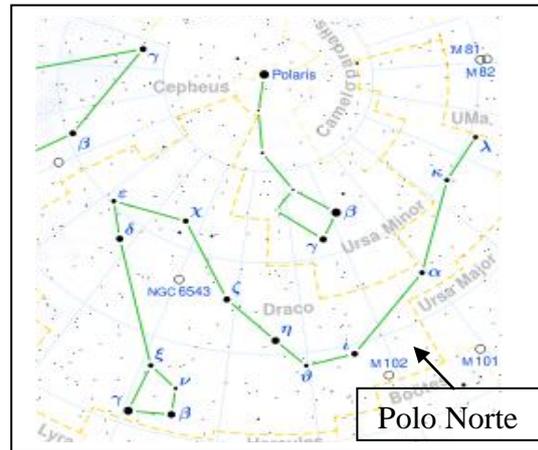
$$\delta_0 = 24^{\circ},0293583 = 24^{\circ}, 1', 45'',7$$

Polo Norte

Polo Norte celeste

$$\alpha_0 = 219^{\circ}, 2149589 = 14 \text{ h}, 36 \text{ m}, 51,6 \text{ s}$$

$$\delta_0 = 58^{\circ},6781530 = 58^{\circ}, 40', 41'',3$$



Los resultados obtenidos para el Sol y las Pléyades, correspondientes a su orto/ocaso cósmico, han sido los siguientes:

Sol

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long.eclíptica (λ)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	283,03581	333,96423	-11,10960	331,84596	276,86306	250,8273
ocaso	79,471547	339,31434	-8,980199	337,52779	84,48146	63,79580

Pléyades

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long/Lat. eclíp (λ, β)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	276,77845	337,285113	-5,786877	$\lambda = 336,886$	273,5358192	250,8209
ocaso	83,221547			$\beta = 3,7181$	86,46418084	63,74929

Con los resultados obtenidos y siguiendo el mismo proceso que en el anterior estudio sobre la cueva de Lascaux, encontramos que el orto cósmico se daba el 21 de febrero y el ocaso cósmico el 26 de febrero.

Con las fechas de los fenómenos cósmicos hallados, ahora lo que tenemos que buscar son los correspondientes helíacos, usando el mismo criterio seguido para la cueva de tomar como posible declinación del Sol durante la puesta helíaca la correspondiente al orto cósmico (21 de febrero) $\delta_1 = -10^{\circ},846502$, obteniendo un resultado para la inclinación de la puesta helíaca $i_1 = 58^{\circ}, 041382$ y para el orto helíaco la declinación (26 de febrero) de $\delta_2 = -8^{\circ}, 956009$ y una inclinación $i_2 = 58^{\circ}, 246448$. Hay que aclarar que estas declinaciones son las obtenidas para esos días con la fórmula (20), mientras que las que aparecen en el cuadro anterior para el orto y ocaso del Sol, son las obtenidas en las sucesivas interpolaciones hechas para hallar los tiempos sidéreos correspondientes y que estaban muy próximos

a los sidéreos de las Pléyades. Esta proximidad hace que la diferencia entre las declinaciones sea mínima.

Con estos valores, $\Delta\lambda_1 = 21^\circ, 359703$ y el $\Delta\lambda_2 = 21^\circ, 309933$, que son los grados que necesitaría el Sol recorrer sobre la Eclíptica para que estuviera 18° por debajo del horizonte en la puesta heliaca y el orto heliaco y, al dividir entre $0^\circ,985647/\text{día}$, nos dan respectivamente, 21, 67 y 21, 62 días. Aproximamos ambos valores a 22 días, a sumar al orto cósmico para hallar el orto heliaco, obteniendo la fecha del 15 de marzo y a restar al ocaso cósmico para hallar el ocaso heliaco, resultando la fecha del 4 de febrero.

Es necesario comentar, al igual que se hizo en el anterior estudio de Lascaux, que si se tomara 20° en vez de 18° como arco de visión, entonces las fechas que salen son el 17 de marzo para el orto heliaco y el 2 de febrero para el ocaso heliaco. En cualquiera de los dos casos obtenemos un periodo de invisibilidad de alrededor de 40 días.

¿ Cómo podemos interpretar estos resultados ?. Para responder a la pregunta vamos a centrarnos en la hipótesis enunciada por Willy Hartner en su trabajo " La historia antigua de las constelaciones en el Próximo Oriente y el motivo del combate entre el león y el toro ", publicado en Journal of Near Eastern Studies, Vol. 24. nº 1,2, abril, 1965.

Según él, en el 4000 a.C. durante los primeros días del mes de febrero, al atardecer, un observador situado en Persépolis, a una latitud $\varphi = 29^\circ,934$ con el Sol situado unos 20° por debajo del horizonte, vería los siguiente:

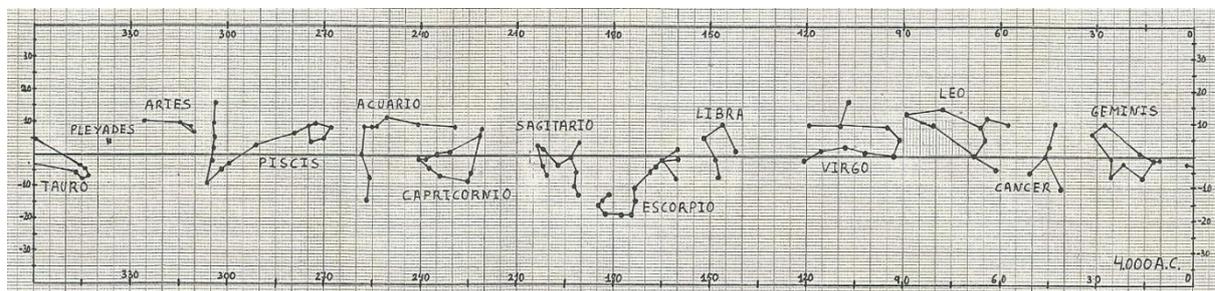
- Las Pléyades se encontrarían en su ocaso o puesta heliaca.
- las pinzas de la constelación de Escorpio más Libra estarían saliendo por el horizonte Este en su " acronical orto ".
- Las estrellas Régulo, α de Hidra y Canopus (α Carinae) se encontrarían en ese momento culminando, con esta última estrella unos pocos grados sobre el horizonte Sur, mientras que Leo estaría en el cénit, con Régulo unos 8° alejado del mismo.

Esta puesta heliaca ocurría a la vez que el orto heliaco de las constelaciones de Aries y del Triángulo. Estos dos fenómenos indicaban al pueblo el comienzo de las labores agrícolas de arar, rastrillar y sembrar, con el objetivo de poder recoger la cebada en el mes de mayo. Esta disposición de las constelaciones en el cielo sería representada mediante la escena del león (en el cénit, en su máximo poder) devorando al toro, que está desapareciendo por el horizonte oeste (en un intento por escapar de él), para permanecer después invisible durante unos cuarenta días, hasta su reaparición en el orto heliaco.

Este orto heliaco se produciría en una fecha muy próxima al equinoccio de primavera, una hora antes de la salida del Sol, unos pocos grados separados del Este, viéndose a su derecha Aries, mientras que por el horizonte oeste se aprecia la puesta de Antares, la estrella principal de Escorpio.

Con objeto de completar este escenario hay que decir que, así como el orto heliaco de las Pléyades señalaban el comienzo de la primavera, los de Régulo, Antares y β Pegaso marcaban, respectivamente, el comienzo (más o menos) del verano, otoño y del invierno; siendo esta última estación anunciada unos cuanto días por el orto heliaco de los cuernos del íbice (Casiopea). La siguiente imagen de las constelaciones del zodiaco para el 4000 a.C. puede servir para entender esta descripción.

Constelaciones del zodiaco en coordenadas eclípticas



Se puede apreciar como las tres constelaciones de Tauro, Leo y Escorpio no ocupan en la Eclíptica los puntos que corresponden a los equinoccios y al solsticio de verano, sino que los preceden cerca de unos 15° . Esta relativa proximidad a los puntos que marcaban la entrada en cada estación, hacía imposible para un observador ver la constelación cuando ésta se encontraba en conjunción con el Sol, pero sí era posible observar los ortos u ocasos helíacos de sus estrellas principales, que mantenían una periodicidad exacta a lo largo del año. Como marcador celeste del invierno las débiles estrellas de Acuario no eran las más adecuadas, por lo que se servían de otras estrellas de primera magnitud, en concreto de los ortos helíacos de α y β de Pegaso.

Como resultado de los cálculos matemáticos realizados para la ciudad de Uruk, con una latitud $\varphi = 31^\circ,3222$, he obtenido las siguientes fechas para los ortos/ocazos cósmicos y sus correspondientes ortos/ocazos helíacos, habiendo tomado 15° como arco de visión para estas estrellas de primera magnitud.

Estrella	orto cósmico	orto helíaco
Régulo	27 de mayo	15 de junio
Antares	9 de septiembre	26 de septiembre
β Pegaso	8 de diciembre	26 de diciembre

Con objeto de describir la configuración del cielo durante el atardecer del día 2 de febrero, momento del ocaso helíaco de las Pléyades, usando el modelo matemático presentado hasta ahora en el trabajo, analizaremos en detalle lo que se podía ver ese día.

Haciendo uso de la ecuación (17)
$$\tag \lambda = \frac{-\cos \theta}{\text{sen } \varepsilon \tag \varphi + \cos \varepsilon \text{sen } \theta}$$
 encontraremos el punto sobre la Eclíptica que tenía su orto en el momento correspondiente al ocaso helíaco de las Pléyades. Sustituyendo valores, el punto obtenido tiene unas coordenadas eclípticas iguales a $\lambda = 157^\circ,488207$ y $\beta = 0^\circ$ y coincide, más o menos, con γ de Libra y β, δ, ρ de Escorpio que corresponden a las pinzas del mismo. Las coordenadas ecuatoriales absolutas de estas estrellas, una vez corregidas de movimiento propio y de precesión, y su transformación en eclípticas, por medio de las ecuaciones (1) y (3), eran las siguientes :

estrella	Long. eclíptica	Lat. eclíptica	Ascensión recta	Declinación
γ de Libra	$152^\circ,194419$	$4^\circ,928980$	$156^\circ,175067$	$15^\circ,558297$
β Escorpio	$160^\circ,383274$	$1^\circ,706555$	$162^\circ,649986$	$9^\circ,452148$
δ Escorpio	$159^\circ,795634$	$-1^\circ,272284$	$160^\circ,935137$	$6^\circ,934561$

ρ Escorpio	160°,444437	-7°,894534	158°,976512	0°,574043
-----------------	-------------	------------	-------------	-----------

Como se ve en la tabla, estas cuatro estrellas tienen una longitud eclíptica muy próxima a la obtenida anteriormente ($\lambda = 157^\circ,488207$) que correspondía al punto de la Eclíptica separado 180° , sobre este mismo plano eclíptico, del sitio por donde tiene lugar el ocaso helíaco de las Pléyades. Un vistazo al dibujo con las constelaciones zodiacales nos corrobora en la afirmación de que estas estrellas eran las que se podían ver en el horizonte saliendo por el punto Este, mientras las Pléyades se ocultaban por el Oeste.

La constelación de Leo estaría hacia el Sur con su estrella principal Régulo ($\alpha = 65^\circ,49\ 658$ y $\delta = 22^\circ,219819$) en su culminación superior, ya que su ascensión recta es casi igual al tiempo sidéreo al ocaso de las Pléyades $\theta = 63^\circ,74929$. La altura que alcanzaría en ese momento en Uruk sería de $h = (90^\circ - \varphi) + \delta = (90 - 31.32222) + 22^\circ,219819 = 80^\circ,897599$, es decir, unos 9° separada del cénit, encontrándose por tanto el León en su máximo poder. Para finalizar este apartado hay que decir que cualquier variación que se dé en la latitud del observador o en la fecha elegida, harán variar los resultados obtenidos para Uruk en su carta estelar, respecto a la del año 4000 a.C.

Ciudad de Nippur

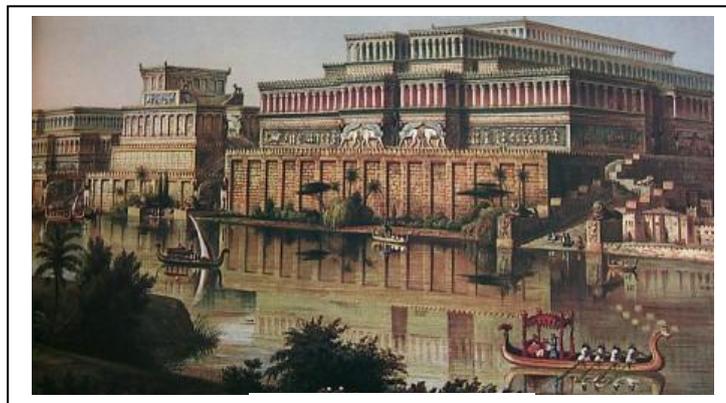
Nippur fue una de las más importantes ciudades sumerias, pues se encontraba en el medio de Mesopotamia, situada entre el territorio Akadio al norte y el sumerio al sur. Era el centro ceremonial y religioso más preeminente de Sumer, atendido por una casta sacerdotal encargada del santuario de Enlil, " Señor del viento ", " Rey de los países extranjeros ", uno de los dioses de la principal triada mesopotámica, junto con An, " Señor del cielo estrellado " y " Enki ", " Señor de la tierra ".

La morada de Enlil se hallaba en el Ekur, " la gran montaña ".

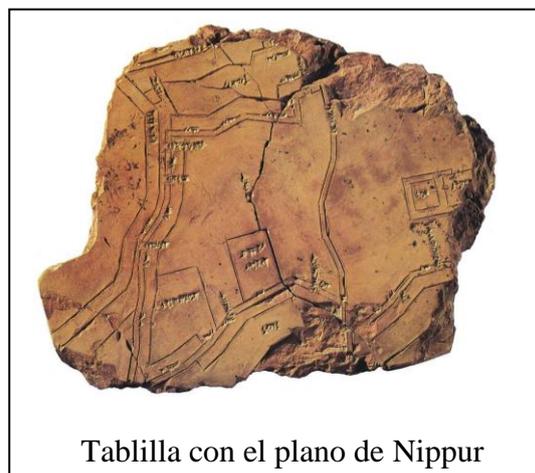
Sus restos más antiguos se remontan al V milenio a. C. y se prolongan hasta el siglo VIII d.C., con una fase de abandono entre los años 1800 y 1400 a.C., originada por el desvío del cauce del río Éufrates durante ese periodo, ya que la ciudad era atravesada desde su origen por este río, dividiéndola en dos sectores, el este donde se encontraban los principales edificios y el del oeste.

No llegó a crear ninguna dinastía poderosa a lo largo de su historia, pero cumplía una función esencial, como era otorgar la realeza sobre Sumer y Akkad.

En ella se encontraron más de 30.000 tablillas de arcilla que recogen casi toda la literatura sumeria que nos ha llegado, ya



ciudad de Nippur

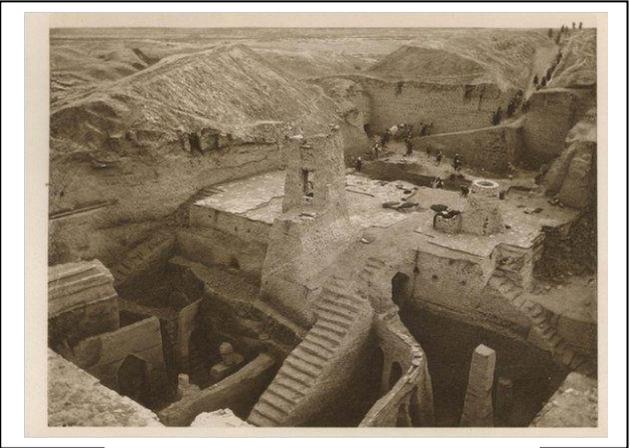


Tablilla con el plano de Nippur

que existió una importante escuela de escribas allí. En esos textos escritos en escritura cuneiforme se encuentran poemas tan interesantes como el de " La creación " y " el Diluvio ", junto con otros de carácter administrativo y escolar.

Una tablilla que data del 1300 a.C. aproximadamente, contiene un plano a escala de la ciudad, donde se ve el templo de Enlil, las murallas, sus puertas de acceso y los principales cursos de agua que la atravesaban.

El Ekur era el lugar donde se adoraba a Enlil. Urnammu (2112 - 2095), primer rey de la III dinastía de Ur, lo restauró al subir al trono declarándose su fundador. Sus principales estructuras incluían santuarios y almacenes, donde los extranjeros entregaban sus ofrendas. Entre estos santuarios estaban los de Ninlil, su esposa, los de sus hijos Nanna y Ninurta y, a su lado, ya desde muy antiguo, el de la diosa Inanna y el de Gula, la esposa de Ninurta.



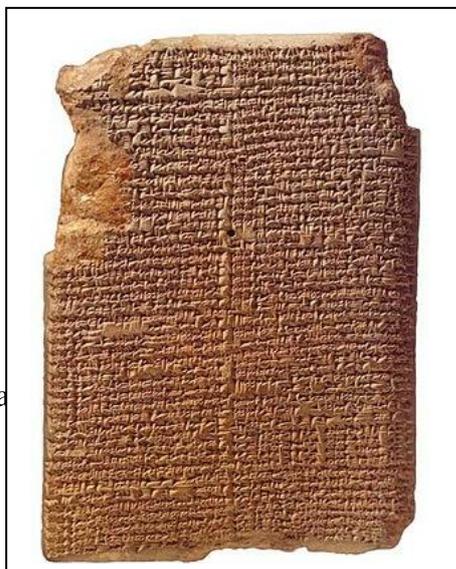
Excavación del templo Ekur

Junto a ellos se alzaba el zigurat, construido por Urnammu. Se hallaba sobre una terraza formada por los restos de edificios anteriores. Constaba de dos o tres pisos decrecientes y estaba coronado por un templo, al que se accedía por dos escalinatas laterales. Sus medidas rectangulares eran de 39 x 58 m.

Todo lo dicho sobre la ciudad de Nippur ha servido de introducción al desarrollo que se va a llevar a cabo sobre las citas que se encuentran en las Tablillas Mul-apin acerca de las Pléyades. La elección de la ciudad de Nippur se justifica por su importancia y el carácter sacerdotal a lo largo de toda su historia, además de situar geográficamente al posible observador del cielo en un lugar y en una fecha concreta, el 1300 a.C.

Las tablillas Mul-apin

Las dos tablillas fueron encontradas en la librería del palacio del rey asirio Assurbanipal, en el yacimiento correspondiente a la antigua ciudad de Nínive y están datadas a principios del siglo VII a.C. (687 a.C.), aunque se cree que sus fuentes se remontan a un periodo anterior, como afirma el astrofísico Bradley Schaefer, que las sitúa en la ciudad de Assur y en el año 1370 a.C.



Tablilla Mul - apín

como afirma el astrofísico Bradley Schaefer, que las sitúa en la ciudad de Assur y en el año 1370 a.C.

Son la principal fuente para el conocimiento astronómico mesopotámico. Su denominación deriva de la primera constelación que en ella se recoge, "Mul - apin" que significa estrella-arado y está formada por las estrellas α y β del Triángulo, más la γ de Andrómeda. Están basadas en catálogos de estrellas anteriores, las " listas de tres estrellas cada una ", pero ampliadas. Los contenidos tratados en cada una de las tablillas son los siguientes:

Tablilla nº 1

- Enumeran las constelaciones y estrellas principales y las distribuyen en tres bandas o "camino" corres-

pondientes a las tres principales deidades , (An, Enlil y Enki) en función de su latitud eclíptica. A Enlil se le asignaban 33 estrellas, las situadas por encima del Trópico de Cáncer, a An se le adjudicaban 23estrellas, las situadas entre los trópicos, siendo el Ecuador celeste "el camino de An " y a Enki 15 estrellas, las situadas por debajo del Trópico de Capricornio.

- Señalan las fechas del orto helíaco de 34 estrellas y constelaciones a lo largo del año.
- Las estrellas y constelaciones que tienen su orto y ocaso al mismo tiempo.
- Los días que transcurren entre los ortos de ciertas estrellas y constelaciones.
- Las estrellas y constelaciones que tienen su orto y culminación al mismo tiempo.
- El "camino" de la Luna (Eclíptica), con las constelaciones y estrellas que lo recorren.

Tablilla nº 2

- Los nombres del Sol y los planetas y como viajan por el camino de la Luna, y los métodos a seguir para regular el calendario.
- Las estrellas que ascienden y su relación con la Luna llena en los solsticios y equinoccios.
- Los ciclos lunares y solares.
- Ortos de estrellas en relación con la dirección del viento.
- Periodos de invisibilidad de los planetas y sus ciclos asociados.
- Fechas en los que el Sol recorre cada uno de los tres " caminos " divinos.
- Métodos de intercalación, en relación con las fechas ascendentes de ciertas estrellas y de la posición de la Luna entre ellas mismas y las constelaciones.
- Duración del día y la noche en los solsticios y equinoccios y cómo varía la sombra del gnomon durante los mismos.
- Momentos para el orto y ocaso de la Luna en cada mes.
- Presagios astrológicos.

A modo de complemento, decir que en el calendario mesopotámico el año comenzaba el día del equinoccio de primavera, que los meses constaban de cuatro semanas de siete días cada una, quedando dos días libres cada mes. Con el paso del tiempo estos dos días sobrantes desaparecen y queda establecido un ciclo continuo de semanas. Los días se denominaban con los nombres del Sol, la Luna y los cinco planetas conocidos entonces.

Para hacer coincidir los ciclos correspondientes al año trópico (365,242189 días) con el mes sinódico lunar (29,530589 días) se introducían siete meses lunares por cada ciclo de diecinueve años (ciclo metónico).

Las Pléyades en el 1300 a.C.

El objetivo que se persigue en este apartado es contrastar matemáticamente lo que está recogido en la tablilla nº 1 Mul - apín y que haga mención expresa de las Pléyades o de la constelación de Tauro con la que, desde muy antiguo, ha sido asociada.

Lo primero, como hasta ahora se ha hecho, es situar geográficamente a la ciudad Nippur:

Latitud (φ) = 32°, 7', 34" Norte = 32°,126111

Longitud (L) = 45°, 13', 51" Este = 45°,230833

Otros datos importantes a tener en cuenta son:

La inclinación del eje de la Tierra para ese tiempo era $\varepsilon = 23^{\circ},84846029$

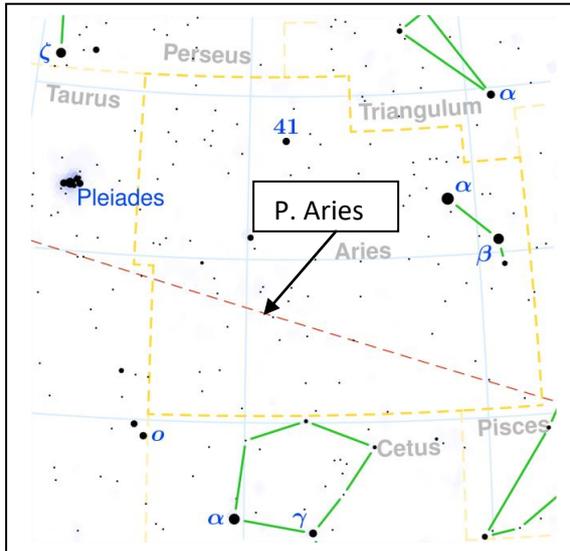
Los tres ángulos precesionales (ζ , Θ , Z) para el 1300 a.C. eran :

$\zeta = -21^{\circ},22867738$ $\Theta = -18^{\circ},08431283$ $Z = -20^{\circ},99090382$

Las coordenadas del Polo Norte Celeste y del Punto Aries eran:

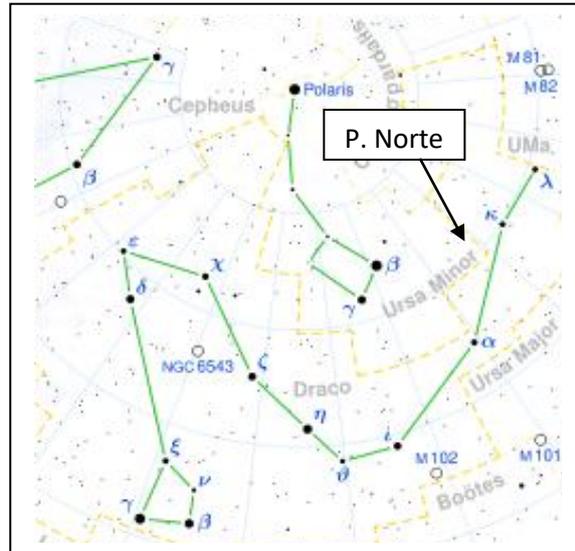
Punto Aries

$\alpha_0 = 43^\circ,208687 = 2 \text{ h}, 52 \text{ m}, 50,1 \text{ s}$
 $\delta_0 = 16^\circ, 846947 = 16^\circ, 50', 49''$



Polo Norte celeste

$\alpha_0 = 201^\circ,228677 = 13 \text{ h}, 24 \text{ m}, 54,8 \text{ s}$
 $\delta_0 = 71^\circ,915687 = 71^\circ, 54', 56'',4$



Los resultados obtenidos para el Sol y las Pléyades, correspondientes a su orto/ocaso cósmico han sido los siguientes:

Sol

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long.eclíp-tica (λ)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	266,15170	7,39928621	3,258351	8,0812862	267,951325	275,350611
ocaso	96,868297	13,3137337	5,812666	14,506270	93,6650438	106,978777

Pléyades

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long/Lat. eclíp (λ, β)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	259,13170	11,1750180	9,1883763	$\lambda = 13,8932$	264,170276	275,345294
ocaso	100,86829			$\beta = 3,9389$	95,829723	107,004741

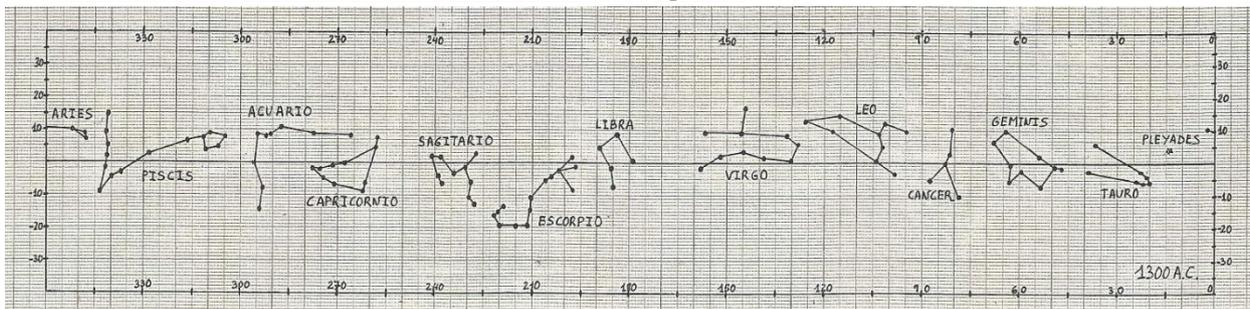
Estos resultados nos llevan a colocar el orto cósmico de las Pléyades el día 27 de marzo y su ocaso cósmico el día 3 de abril.

Una vez que hemos obtenido las fechas correspondientes al orto y ocaso cósmicos, pasamos a calcular la posible fecha del orto y puesta helíaca, siguiendo los mismos pasos que en anteriores ocasiones. Así, tomando como declinación del Sol para la puesta helíaca la correspondiente al orto cósmico (27 de marzo), $\delta_1 = 3^\circ,029473$, obtenemos una inclinación para esta puesta helíaca igual a $i_1 = 57^\circ, 823524$, y para el orto helíaco la correspondiente a la declinación del Sol en su ocaso cósmico (3 de abril), $\delta_2 = 5^\circ,7793018$, sale una inclinación $i_2 = 57^\circ, 689898$.

Estas inclinaciones nos llevan a un $\Delta\lambda_1 = 21^\circ, 413156$ y a un $\Delta\lambda_2 = 21^\circ, 446239$ y, dividiendo estos incrementos entre $0^\circ, 985647/\text{día}$ salen respectivamente, 21,725 y 21,758 días que aproximándolos a 22 días, los necesarios para que el Sol se encuentre 18° por debajo del horizonte, nos llevarían al 18 de abril como fecha del orto helíaco y al 12 de marzo para la puesta helíaca. Como en anteriores casos, si se tomaran 20° como arco de visión en vez de 18° , las fechas que se obtendrían serían el 20 de abril para el orto helíaco y el 10 de marzo para el ocaso helíaco, con lo que el periodo de invisibilidad de las Pléyades sería de 41 días.

Como ayuda para comprender los resultados obtenidos hasta ahora y los que obtendremos después, nos servirá de mucho la imagen de abajo con la banda de constelaciones zodiacales.

Constelaciones del zodiaco en coordenadas eclípticas



El objetivo a lograr, como dijimos anteriormente, es poder contrastar las citas que se hacen de las Pléyades y su constelación Tauro, junto con su relación con otras constelaciones y estrellas concretas, además de describir sus ortos y ocasos, según se recogen en la tablilla nº 1. 1º.- Estrellas de An, tablilla 1, columna I, líneas 39-44 y columna II, líneas 1- 18.

estrella	nombre sumerio	nombre acadio	significado	texto mul-apin	constelación actual
38	Mul- mul	Zappu	Las estrellas	Las estrellas siete veces divinas	Pléyades
39	Mul Gu ₄ -an-na	Alu	El toro celeste	El toro celeste, dios de la tablilla Lee	Tauro
40	Mul - lee	Lee	La corona de An	La corona de An	Aldebarán y las Híades

2º.- Estrellas del camino de la Luna, tablilla 1, lista VI, columna Iv, líneas 31-39

Recoge los dioses que están en el camino de la Luna (dios Nanna/Sin), a través de los cuales pasa y toca en un mes.

estrella	nombre sumerio/acadio	significado sumerio	significado acadio	dios asociado	constelación actual
1	Mul - mul/ Zappu	Las estrellas	Crin, melena	Enlil	Pléyades
2	Mul- Gu ₄ -an-na	El toro celeste	La quijada del toro	Adad / Ishkur	Tauro

3°.- Ortos helíacos de estrellas, tablilla 1, lista II, columna II, líneas 36-37 y líneas 1 -2

- El día 1 de Ajjaru (20 de abril - 20 mayo) las Pléyades (Mul - mul) son visibles.
- El día 20 de Ajjaru la quijada del toro (Aldebarán) es visible.

4°.- Ortos y puestas de estrellas, tablilla 1, lista III, columna III, líneas 13 - 33

Figuran las estrellas que salen a la vez que otras se ponen.

- Las Pléyades (Mul - mul) salen y el Escorpión (Gir₂ - tab) se pone.
- El Escorpión sale y las Pléyades se ponen.
- El Toro Celeste sale (Gu₄ - an - na) y (Shu - pa), el Boyero, se pone.
- El Escorpión (Gir₂ - tab) y el Perro Sentado (Ur - ku), la parte sur de Hércules, y la Estrella de Eridú (Nun), parte de la Popa y la Vela salen, y las Pléyades se ponen.

5°.- Diferencias entre ortos de estrellas, tablilla 1, lista IV, columna III, líneas 34 - 50

- Entre el orto de la Azada (Auriga) y el orto de las Pléyades hay 10 días.
- Entre el orto de las Pléyades y el orto del Toro Celeste hay 20 días.
- Entre el orto del Toro Celeste y el orto del Verdadero Pastor Celeste (Sipa - zi - an - na) hay 20 días.

6°.- Estrellas Zi_qpu, tablilla 1, lista Vb, columna IV, líneas 1 - 30

Son las estrellas que se ven en el meridiano local mientras otras están saliendo. Las observaciones se realizaban por la mañana, antes del alba, mirando hacia el Sur.

- El día 1 del mes de Ajjaru el Pecho de la Pantera (Ud - ka - duh - a), Deneb, está en el meridiano, mientras las Pléyades salen.

Con objeto de poder comentar con argumentos matemáticos los puntos anteriormente expresados, es necesario expresar los resultados obtenidos para los ortos helíacos de las estrellas que aparecen en la tablilla nº 1, en relación con las Pléyades. Los pasos seguidos para obtenerlos son los mismos que hemos realizado para las Pléyades, pero en esta ocasión, como las estrellas relacionadas suelen ser de primera magnitud, tomamos un arco de visión de 15°, que son los que se necesitan para que puedan ser vistas, en su orto u ocaso helíaco, las estrellas de esta magnitud. De forma paralela, se exponen comparativamente los datos correspondientes al Sol en los momentos en los que ocurren los ortos cósmicos de cada estrella.

Resultados obtenidos en °, para cada estrella y el Sol, en el momento de su orto cósmico

estrella	A. recta (α)	Declín (δ)	Lon. Ec. (λ)	Lat.Ec. (β)	Acimut, A	Ang. h., H	T. side., θ
Aldebarán	23,99754	4,602111	23,883396	-5,193547	264,5634	267,10271	291,10026
Sol	30,458841	12,630768	32,740062	0	255,03650	260,63753	291,09637
Capella	23,864019	36,004359	35,975284	23,911697	226,04186	242,85179	266,71580
Sol	355,17025	-2,1315430	354,72182	0	272,51716	271,33920	266,50945
Rigel	39,989977	-17,525777	30,986138	-31,547093	290,82909	281,43741	321,42739
Sol	66,152530	22,014572	67,986510	0	243,72909	255,29231	321,44484
θ Auriga	36,808326	29,204012	89,791448	13,611793	234,82053	249,45161	286,25994
Sol	22,410955	9,5664646	24,270233	0	258,68283	263,92506	286,33601

ζ Tauro	37,391073	12,317377	39,013371	-2,5653803	255,41018	262,11927	299,51035
Sol	39,789118	15,796445	42,320846	0	251,25	259,76736	299,55648

En base a estos datos obtenidos podemos concluir que los ortos cósmicos de las anteriores estrellas se producían en las siguientes fechas :

- Aldebarán tenía su orto cósmico el 27 de abril.
- Capella lo tenía el 14 de marzo.
- Rigel el 28 de mayo.
- θ del Auriga el 13 de abril.
- ζ de Tauro el 1 de mayo

El primer punto recoge las denominaciones de las Pléyades, que formaban parte del Toro Celeste, en concreto su estrella Alcyone indicaba la punta del cuerno más hacia el oeste, de la constelación de Tauro, con su estrella principal y el cúmulo de las Hiades.

El segundo punto nos informa de como las Pléyades y la constelación de Tauro, al situarse cerca de la Eclíptica, (ver latitud eclíptica de Aldebarán y de ζ de Tauro en el cuadro anterior, y de las Pléyades en la imagen de las constelaciones zodiacales), podían sufrir alguna ocultación o tránsito por parte de la Luna.

El punto tercero nos dice las fechas del orto helíaco de las Pléyades y de Aldebarán. Haciendo uso de las fórmulas (15) $\cos i = \sin \varphi \sec \delta$ y de la (16) $\frac{\sin i}{\sin 18^\circ} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin \Delta\lambda}$, poniendo 15° en vez de 18° y dividiendo el $\Delta\lambda$ entre $0^\circ,985647/\text{día}$, obtenemos los días a añadir a la fecha del orto cósmico para saber el orto helíaco. Nuevamente decir que la δ del Sol tomada es la que corresponde a la fecha cósmica más 15 días (cantidad elegida a priori como necesaria para llegar a la fecha helíaca). Operando de este modo obtenemos las siguientes fechas, aproximadamente, del orto helíaco de las anteriores estrellas:

- Aldebarán tenía su orto helíaco el 15 de mayo.
- Capella lo tenía el 1 de abril.
- Rigel lo hacía el 15 de junio.
- θ del Auriga el 1 de mayo.
- ζ de Tauro el día 19 de mayo.

Los resultados obtenidos se ajustan a los reflejados en la tablilla para el caso de las Pléyades, ya que su orto helíaco, como se dedujo anteriormente, se producía el día 1 de Ajjaru (20 de abril), mientras que para la " quijada del toro ", Aldebarán, da la fecha del 20 de Ajjaru (10 de mayo) y en los realizados en este trabajo sale el 15 de mayo. Es probable que las pequeñas diferencias en los días que marcan las tablillas y las que yo he obtenido se deban a diferentes criterios tomados respecto al arco de visión o también a haber elegido una cronología distinta a la asignada para este estudio (1300 a.C.)

estrella	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long. eclíptica (λ)	Lat. eclíptica (β)
Pléyades	11,175018	9,188376	13,893299	3,938932
β Escorpión	196,562667	-5,648589	197,418300	1,413865

Aldebarán	23,99754	4,602111	23,883396	-5,193547
μ Hércules	236,760981	35,774449	220,8307	54,002896
λ Vela	107,260317	-33,762708	116,194693	-56,026415
Arturo	179,6723	42,8826	159,1569	38,3674

Para poder comentar el punto cuarto es necesario utilizar los datos correspondientes a las coordenadas ecuatoriales y eclípticas de las estrellas mencionadas en él.

Los dos primeros apartados de este punto ponen en relación los ortos y ocasos simultáneos de las Pléyades con el Escorpión que, como vimos en el estudio correspondiente al marco de referencia J2000, ocupan puntos opuestos en el horizonte, ya que ambas constelaciones zodiacales se hallan separadas unos 180° en sus longitudes eclípticas (ver cuadro anterior y la imagen de la banda con las constelaciones zodiacales).

Mediante la ecuación (17) $tag \lambda = \frac{-\cos \theta}{sen \varepsilon tag \varphi + \cos \varepsilon sen \theta}$ podemos calcular la longitud eclíptica de los puntos, sobre un horizonte de latitud φ , opuestos a las Pléyades en sus momentos de ocaso o de orto, sustituyendo el valor $\theta_1 = 107^\circ,004741$ y $\theta_2 = 275^\circ,345294$ correspondientes a sus tiempos sidéreos. Así, cuando las Pléyades tienen su ocaso, en el lado opuesto de la Eclíptica se produce el orto de un punto de valor $\lambda = 194^\circ,528380$ (las pinzas de Escorpio), y cuando ocurre el orto de las Pléyades, entonces un punto de $\lambda = 188^\circ,073287$ (entre Libra y Escorpio) se está poniendo por el oeste, como se puede comprobar claramente en la imagen de las constelaciones zodiacales.

El tercer apartado relaciona el orto del Toro Celeste con el ocaso de Shu - pa (Boyero), concretando el estudio en este caso en sus estrellas principales, Aldebarán y Arturo. Como ambos fenómenos son simultáneos, sus tiempos sidéreos serán iguales o muy aproximados. El tiempo sidéreo al ocaso de Arturo $\theta_{ar} = H_1 + \alpha$. El ángulo horario al ocaso es igual al arco de $H_1 = -tag \varphi \cdot tag \delta = 125^\circ,672901$, entonces $\theta_{ar} = 125^\circ,672901 + 179^\circ,6723 = 305^\circ,3452$. El tiempo sidéreo al orto de Aldebarán es $\theta_{al} = 291^\circ,10025$, por lo que vemos que no hay mucha diferencia entre sus tiempos sidéreos, así que hablando de constelaciones que son relativamente extensas en el cielo, se puede concluir que mientras Tauro sale, el Boyero se pone.

En el último apartado se relacionan las constelaciones del Escorpión, de Hércules y parte de la Vela con las Pléyades. Al igual que en el apartado anterior, al no estar todas estas constelaciones sobre la Eclíptica, vamos a relacionar los tiempos sidéreos de sus estrellas (β Escorpio, μ de Hércules y λ de Vela) al orto, con el tiempo sidéreo al ocaso de las Pléyades. Operando como se hizo con Arturo, obtenemos los siguientes tiempos sidéreos al orto:

$$\theta_{\beta} = 110^\circ,1233, \text{ (Escorpio) } \quad \theta_{her} = 119^\circ,8596 \text{ (Hércules) } \quad \text{y} \quad \theta_{ve} = 42^\circ,0805 \text{ (Vela)}$$

Como el tiempo sidéreo al ocaso de las Pléyades es $\theta = 107^\circ,0047$, concluimos que β Escorpio y μ Hércules si salían, más o menos, cuando las Pléyades se ponían, pero no ocurría lo mismo con λ de Vela, por lo que se deduce que no podía ser ésta la "Estrella de Eridú " (Nun) la mencionada en la tablilla.

El punto quinto nos habla de las diferencias, en días, entre los ortos de estrellas o constelaciones. El primer apartado nos dice que transcurren 10 días entre el orto helíaco de la Azada,

(Auriga) y el orto de las Pléyades. Anteriormente se concluyó que , según los cálculos realizados, el orto de θ Auriga, estrella que tomamos como referencia para la Azada, tenía lugar el día 1 de mayo, mientras que el orto helíaco de las Pléyades ocurría el 20 de abril, fechas que se ajustan a los 10 días de diferencia que decía la tablilla existir entre ambas. No hay esa exactitud en los dos próximos apartados del punto, porque si hacemos corresponder el orto heliaco del Toro Celeste al de su estrella principal Aldebarán, que ocurre el 15 de mayo, entonces la diferencia es de 25 días y no 20 como dice la tablilla, y si tomamos el Toro Celeste cuando ya ha salido toda la actual constelación de Tauro y , por lo tanto, ya ha aparecido sobre el horizonte su estrella ζ (el cuerno más hacia el este), el cual tiene su orto helíaco el 19 de mayo, entonces la diferencia se nos va a 29 días. En el tercer apartado se cifra en 20 días la diferencia entre los ortos helíacos del Toro Celeste y del Verdadero Pastor Celeste (Sipa - zi - an - na) , la constelación de Orión. Si tomamos como referencia de Orión la estrella Rigel, que tiene su orto helíaco el 15 de junio, entonces la diferencia de días, según se elija Aldebarán o ζ de Tauro para la comparación, serían respectivamente de unos 30 o 26 días la diferencia. Puede que el año de observación, 1370 a.C. y el lugar de redacción de las tablillas, Assur, que dio el astrofísico Bradley Schaefer, sean la explicación de estas discrepancias, puesto que yo he trabajado con la fecha de observación del 1300 a.C. y la ciudad de Nippur en vez de Assur como lugar de observación.

El punto sexto trata de las estrellas " ziqpu", en concreto señala que el día 1 del mes de Ajjaru (20 de abril) el Pecho de la Pantera (Ud - ka - duh - a), Deneb, está en culminación superior en el punto sur, cuando se produce el orto helíaco de las Pléyades.

Las coordenadas ecuatoriales y eclípticas de Deneb son:

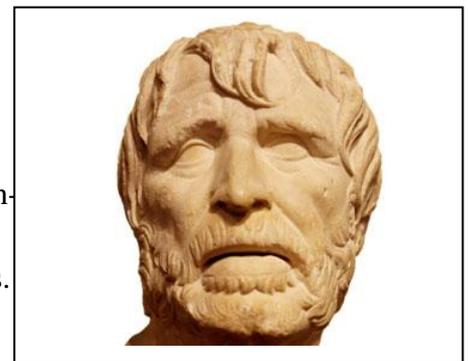
estrella	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long. eclíptica (λ)	Lat. eclíptica (β)
Deneb	282,483621	37,144553	290,225034	60,105085

Cuando una estrella culmina en el punto sur, mientras que otra tiene su orto por el este, sus tiempos sidéreos son los mismos. Conocemos el tiempo sidéreo al orto de las Pléyades, igual a $\theta_{pl} = 275^{\circ},345294$. Por otro lado, el tiempo sidéreo local de una estrella es igual a su ascensión recta cuando ésta culmina superiormente. Entonces el tiempo sidéreo de Deneb en su culminación es $\theta_d = H + \alpha_d = 0^{\circ} + 282^{\circ},483621 = 282^{\circ},483621$. La diferencia entre los dos tiempos sidéreos es de aproximadamente unos $7^{\circ},5$, y esto nos indica que, una media hora después del orto de las Pléyades, Deneb culminaría en el Sur, por lo que podemos considerarla una estrella "ziqpu", como dice la tablilla.

Ciudad de Atenas

El siguiente escenario para nuestro estudio sobre las Pléyades nos lleva a la ciudad de Atenas y al siglo VII A.C., aunque la elección de la capital griega es un poco arbitraria, ya que el objetivo en este nuevo apartado es analizar los comentarios realizados por el poeta Hesíodo, en su obra " Los trabajos y los días ", en relación con el cúmulo de las Pléyades. Hesíodo es, junto con Homero, uno de los mayores poetas de la antigüedad griega.

Si al autor de la Ilíada y la Odisea se le asigna el siglo VIII



Busto de Hesíodo

para su nacimiento, con Hesíodo no hay acuerdo, pues unos lo sitúan como su contemporáneo, mientras que otros lo trasladan al siglo siguiente, el VII.

Yo, por mi parte, he elegido el año 600 a.C. como fecha de estudio, y a Atenas como el lugar de observación geográfica.

Hesiodo nació en Ascra, cerca de Tebas. Su padre era un comerciante de la ciudad de Cumas, en el Asia Menor, que arruinado se trasladó a esta ciudad beocia, para dedicarse a la agricultura y a la ganadería. Tuvo un hermano llamado Perses, con el que, una vez muerto el padre, pleiteó ante los jueces por la herencia de ambos. Este hecho tuvo importancia porque sirvió de acicate para que Hesíodo escribiera su obra, la cual ensalza fundamentalmente el valor del trabajo en el hombre, a diferencia del comportamiento seguido por su hermano, que lo llevó a la ruina.

Cuenta que pastando con su rebaño al pie del monte Helicón, se le aparecieron las Musas y que este hecho lo convirtió en poeta. Sus obras más conocidas y que han llegado hasta nosotros son una " Teogonía ", en la que nos habla sobre el origen y filiación de los dioses y la otra " Los trabajos y los días ", obra con un gran componente didáctico para los agricultores, artesanos, comerciantes y marineros de la época, en la que reflejan las actividades a realizar por cada uno de ellos, en relación con las estaciones del año y las conductas adecuadas para una vida fructífera y feliz. Su muerte se pierde en la leyenda pues se nos cuenta como fue asesinado por encubrir a un hombre que sedujo a una doncella, hija de su huésped y como los hermanos de ésta le mataron y le arrojaron al mar. Su cuerpo fue rescatado y sus cenizas llevadas a Orcómeno, donde fueron posteriormente veneradas.

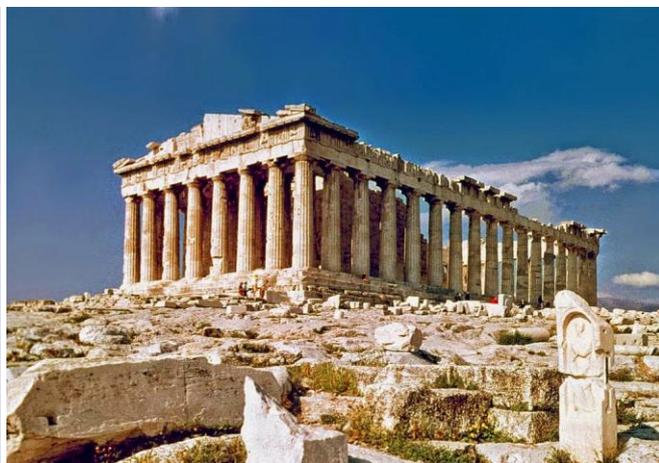
En su época, Atenas ya era la capital del Ática, aunque todavía no había alcanzado la cima de su poder. La ciudad debe su nombre a la diosa Atenea, su diosa protectora.

Aunque se ha localizado un asentamiento neolítico sobre la Acrópolis, correspondiente al III milenio, los primeros pobladores fueron de origen jonio y se asentaron junto a ella durante los siglos XI y X a.C.

Según la mitología, Cécrope, de origen egipcio, fue el primer rey de la Región del Atica, el cual, según Pausanias y Heródoto, fue conocido como Erecteo. La leyenda también nos cuenta que el héroe Teseo fue el unificador de todas las polis de la región, en detrimento de Eleusis, la ciudad donde tenían lugar los famosos misterios y que consistían en unos ritos de iniciación dedicados a las diosas Deméter y Perséfone.



Diosa Atenea



Partenón

Antes de realizar una breve síntesis de su historia antigua, decir que Atenas pasó por distintos regímenes de gobierno, desde la monarquía hasta la democracia, pasando como punto intermedio también por la tiranía.

Su mayor esplendor lo alcanzó en el siglo V, siglo marcado por la impronta de Pericles en todos los aspectos, económicos, culturales, científicos, militares..., aunque también el siglo de grandes enfrentamientos entre potencias militares de la época, como fueron las Guerras Médicas contra los persas y la Guerra del Peloponeso contra Esparta, la otra potencia griega. El siglo IV supuso para Atenas una pérdida de poder, puesto que perdió su libertad al quedar bajo el poder del estado macedónico, la nueva autoridad emergente griega, después de su derrota ante el gran rey Filipo de Macedonia en la batalla de Queronea (338 a.C.).

Durante el siglo III asistimos al surgimiento de los distintos reinos helenísticos después de la muerte de Alejandro Magno (323 a.C.), pasando Grecia a estar bajo el dominio del nuevo amo de la política mediterránea, la República Romana, una vez perdió su libertad en la batalla de Pidna (169 a.C.).

Toda esta gloriosa historia la convirtió en una de las ciudades más populosas del Mundo Antiguo, portadora de un abundante legado artístico, entre el que destacan principalmente sus templos clásicos, el Partenón (Atenea), el Hefestión (Hefesto) y el Olimpeión (Zeus).

Las Pléyades en el 600 a.C.

Antes de avanzar en el estudio, es necesario conocer los datos geográficos de la ciudad de Atenas y también de los astronómicos relativos a la época en la que se trabajará.

Las coordenadas geográficas de Atenas son:

Latitud (φ) = 37°, 58', 54" Norte = 37°,9816

Longitud (L) = 23°, 42', 58" Este = 23°,7161

La inclinación del eje de la Tierra para ese tiempo era $\varepsilon = 23°,76758221$

Los tres ángulos precesionales (ζ , Θ , Z) para el 600 a.C. eran :

$\zeta = -16°,68720275$ $\Theta = -14°,35145573$ $Z = -16°,5393344$

Las coordenadas del Polo Norte Celeste y del Punto Aries eran:

Punto Aries

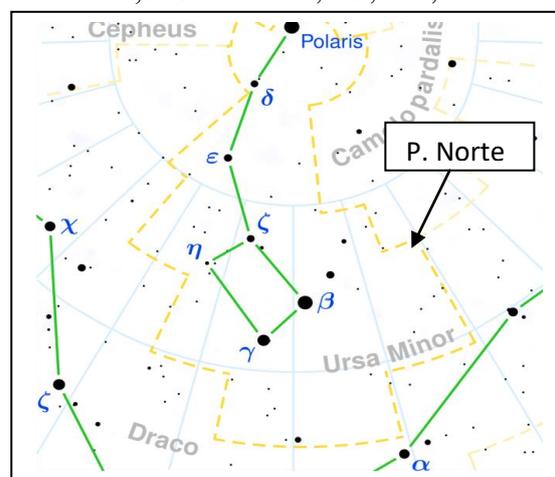
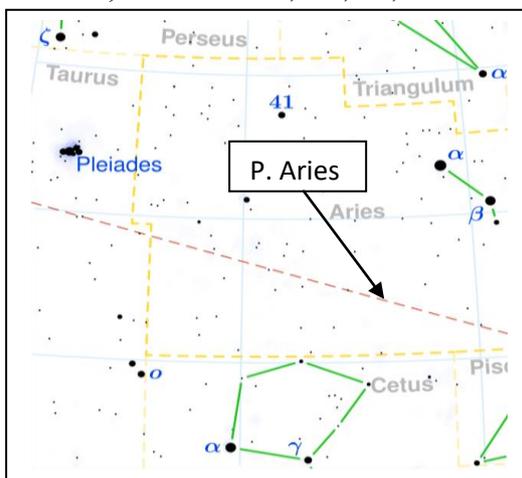
$\alpha_0 = 33° 43' 43",9 = 2 \text{ h, } 14 \text{ m, } 54,9 \text{ s}$

$\delta_0 = 13°,745727 = 13°, 44', 44,6''$

Polo Norte celeste

$\alpha_0 = 196°,687202 = 13 \text{ h, } 6 \text{ m, } 44,9 \text{ s}$

$\delta_0 = 75°,648544 = 75°, 38', 54",7$



Los resultados obtenidos para el Sol y las Pléyades correspondientes a su orto/ocaso cósmico

han sido los siguientes:

Sol

Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long.eclíptica (λ)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	265,451143	8,176886	3,584018	8,922965	267,196937	275,373823
ocaso	100,6488567	19,530615	8,375071	21,185961	96,600555	116,131170

Pléyades

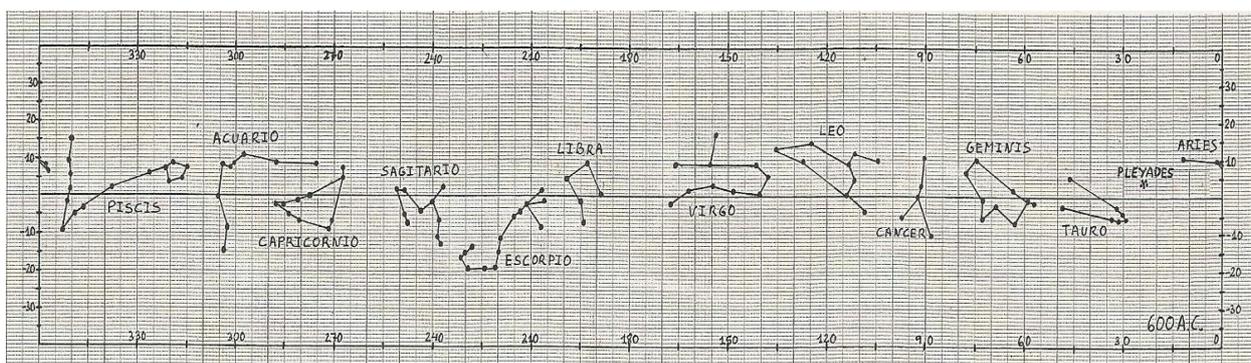
Fenómeno	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long/Lat. eclíp (λ, β)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
orto	253,45114	15,752278	12,973927	$\lambda = 19,52585$	259,637203	275,389482
ocaso	106,54885			$\beta = 5,67277$	100,362796	116,115074

Con los resultados obtenidos, después de hacer los cálculos oportunos, llegamos a la conclusión de que el orto cósmico tenía lugar el 29 de marzo y el ocaso cósmico el 10 de abril.

Actuando de forma similar a los casos anteriores, tomamos la declinación del orto cósmico del Sol como una aproximación para poder hallar la inclinación de su trayectoria el día de la puesta helíaca, $\delta_1 = 3^\circ,809316$, lo que da una $i_1 = 51^\circ,91928$ y la declinación del ocaso cósmico, $\delta_2 = 8^\circ,420070$, para obtener una inclinación en el orto helíaco de $i_2 = 51^\circ,5293$.

Sustituyendo estos valores en la ecuación (16), obtenemos $\Delta\lambda_1 = 23^\circ,1151$ y $\Delta\lambda_2 = 23^\circ,2469$, que divididos entre $0^\circ,985647/\text{día}$ dan 23.4 y 23.5 días, es decir unos 23 días. Si tomamos 20° como arco de visión en la ecuación (16), entonces los días a añadir o quitar a los momentos cósmicos, para calcular los helíacos, serían de aproximadamente de unos 26 días, con lo que la fecha del orto helíaco sería entonces el 24 de abril y el ocaso helíaco el 15 de marzo. El periodo de invisibilidad de las Pléyades duraría 40 días, como afirma Hesíodo en su obra.

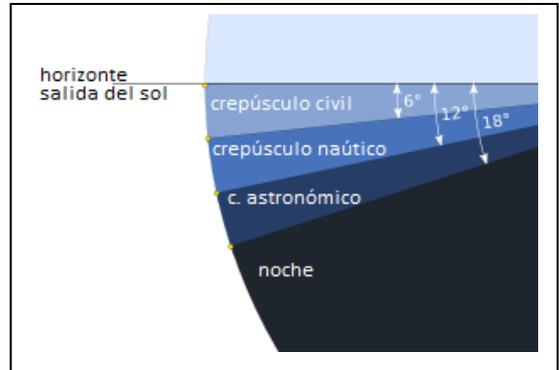
Constelaciones del zodiaco en coordenadas eclípticas



A continuación se abordará el análisis razonado de los comentarios que hace Hesiodo sobre los trabajos a realizar en cada estación y la importancia de las Pléyades y de otras constelaciones usadas como marcadores temporales de los mismos.

Proemio al calendario del labrador

"Al surgir las Pléyades descendientes de Atlas, empieza la siega; y la labranza cuando se oculten. Desde ese momento están escondidas durante cuarenta noches y cuarenta días y de nuevo al completarse el año empiezan a aparecer cuando se afila la hoz".



Tipos de crepúsculos

En el punto anterior hemos visto como el oca-so helíaco, es decir la última vez que se ven las Pléyades en el horizonte oeste, una vez que se ha ocultado el Sol y habiendo finalizado ya el

crepúsculo astronómico(18º por debajo del horizonte), tenía lugar el 15 de marzo y era el momento de preparar todos los aperos de labranza con objeto de tenerlos disponibles para la siega, el acarreo y el almacenaje de los cultivos, en el caso de los cereales, abonar y quitar las malas hierbas en el olivar y cavar el suelo alrededor de la cepa para el otro cultivo mediterráneo, la vid .

A partir de este momento las Pléyades permanecían invisibles durante 40 días por estar en conjunción con el Sol, hasta que reaparecían el 24 de abril por el horizonte este en su orto helíaco, más o menos cuando comenzaba el año para los griegos, en el momento de transición del invierno a la primavera. A partir de este día se van haciendo visibles cada noche un poquito antes del crepúsculo matutino y también paulatinamente más altas en el cielo. Era el momento de empezar a preparar la siega, justificándose este momento más temprano en las labores por la latitud de Atenas, ya que cuanto más baja está una zona en latitud la recolección se realiza antes en el tiempo.

Antes de entrar a detallar pormenorizadamente cada uno de los comentarios presentes en su obra de " Los trabajos y los días ", que se refieren a las Pléyades, las Híades y otras estrellas, es necesario contar con una base de datos sobre estos astros, que nos sirvan de soporte sobre los que apoyarnos en nuestros cálculos matemáticos.

Coordenadas ecuatoriales y eclípticas

Astro	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Longitud eclíptica (λ)	Latitud eclíptica (β)
Aldebarán	33º, 295231	7º, 592689	33º, 637026	- 5º, 64588
Rigel	48º, 014532	- 14º, 690423	40º, 662127	- 31º, 457861
Betelgeuse	54º, 323847	2º, 818439	52º, 617189	- 16º, 379187
Arturo	184º, 005331	34º, 177360	168º, 126348	32º, 506976
Sirio	72º, 656159	- 16º, 567373	68º, 419543	- 39º, 027345
Híades	31º, 353572	6º, 417952	31º, 412514	- 6º, 089866

Trabajos de primavera

" Pero en cuanto el que lleva su casa encima remonte las plantas desde el suelo huyendo de las Pléyades, entonces ya no es tiempo de cavar las viñas, sino que ahora afila las hoces y despierta a los esclavos. No te sientes a la sombra y deja la cama temprano en la época de la siega, cuando el sol reseca la piel "

Aquí, el que lleva la casa encima se refiere al caracol, en concreto al caracol que aparece con las lluvias de primavera, que suelen ser frecuentes en el clima mediterráneo, como el que tiene Atenas. No es tiempo de cavar las viñas para quitar las malas hierbas, ya que esta labor se realizaba en el mes de marzo, ni de podar la vid pues para eso están los meses de enero y febrero, Hesíodo se refiere a finales de abril y al mes de mayo, cuando ya las Pléyades habían tenido su orto helíaco y comenzaban las labores de siega.

" Cuando después del solsticio Zeus cumpla los sesenta días de invierno, entonces la estrella Arturo abandona la sagrada corriente del Océano y por primera vez se eleva brillante al anochecer; detrás de ella, la Pandiónida golondrina de agudo llanto salta a la vista de los hombres en el momento en que comienza de nuevo la primavera. Anticípate a ella y poda las viñas; pues así es mejor "

Hesíodo, en este párrafo está refiriéndose al " acronical orto ", describiendo como Arturo sale por el punto este mientras el Sol se está poniendo por el oeste. Para hallar el momento en el que se producía, hay que hacer lo siguiente:

1º.- Hallar el ángulo horario (H) de Arturo al orto.

La ecuación (4) $\cos H = -\tan \varphi \tan \delta$ nos da $H = 237^\circ, 983808$ como valor al orto.

2º.- Calcular el tiempo sidéreo al orto.

$\theta = H + \alpha = 237^\circ, 983808 + 184^\circ, 005331 = 421^\circ, 989139$, y restándole 360° , ya que el tiempo sidéreo θ se mueve en el intervalo $[0^\circ - 360^\circ]$, da $\theta = 61^\circ, 989139$

3º.- Calcular la longitud eclíptica del Sol (λ) en ese momento.

Lo que se persigue es saber en qué punto de la Eclíptica estaba el Sol en ese momento.

Haciendo uso de la ecuación (17) $\tan \lambda = \frac{-\cos \theta}{\sin \varepsilon \tan \varphi + \cos \varepsilon \sin \theta}$, obtenemos los dos puntos de la Eclíptica, separados entre sí 180° , que cortan al horizonte, $\lambda_1 = 337^\circ, 298995$ y $\lambda_2 = 157^\circ, 298995$. Cogemos el valor de λ más alejado de la α perteneciente a Arturo, es decir λ_1 , como el valor de la longitud eclíptica del Sol en el acronical orto de Arturo.

4º.- Hallando la declinación del Sol (δ) en ese momento.

Mediante la ecuación (18) $\sin \delta = \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin \lambda = \sin \varepsilon \sin \lambda$, ya que la latitud eclíptica del Sol $\beta = 0^\circ$, y sustituyendo valores obtenemos que la declinación del Sol es igual a $\delta = -8^\circ, 947958$, correspondiente a los días 25 de febrero y 15 de octubre. (ver ecuación 20). Elegimos la primera fecha por corresponder mejor con el valor de λ_1 . Con este dato ya tenemos el día en el que ambos astros están sobre el horizonte y, efectivamente han pasado un poco más de 60 días desde el solsticio de invierno como dice Hesíodo. El hecho de estar los dos astros sobre el horizonte impide que Arturo sea visible, pues es necesaria la oscuridad del crepúsculo náutico (con el Sol 12° por debajo del horizonte) para que una estrella de primera magnitud sea visible. ¿ Cuánto tiempo dura el crepúsculo ?.

Necesitamos conocer la inclinación i de la trayectoria del Sol con el horizonte para lo que nos servimos de la ecuación (15) $\cos i = \sin \varphi \sec \delta$, la cual nos da un valor $i = 51^\circ, 46517$

¿Cuál es el arco (s) que tiene que recorrer el Sol por debajo del horizonte para alcanzar ese día estar 12° por debajo del horizonte ?. La ecuación $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } 12^\circ} = \frac{\text{sen } 90^\circ}{\text{sen } s}$ (16) nos da la solución $s = 15^\circ,414119$, que divididos entre 15°/hora que rota la Tierra nos da un tiempo de crepúsculo de 1h 1m 39s.

¿A qué hora tiene el orto el Sol ?, la ecuación $\cos H = -\text{tag } \varphi \text{ tag } \delta$ (4) nos da un ángulo horario al ocaso igual a $H = 82^\circ,938495$, que divididos entre 15°/hora nos da como tiempo local $t = (82^\circ,938495 / 15) + 12\text{h} = 17,529233 \text{ h} = 17 \text{ h } 31 \text{ m } 45 \text{ s}$, ya que el tiempo civil empieza a las 0h y el ángulo horario a partir del punto sur (12 h). Por consiguiente, sobre las 18 h 32 m se verá Arturo por el horizonte este. ¿ Qué altura tendrá entonces ?, la ecuación $\text{sen } h = \cos \varphi \cos \delta \cos H + \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta$ (24) nos da la altura de Arturo en función de su ángulo horario H, en este caso la del orto más una hora es decir, $H = 237^\circ, 983808 + 15^\circ = 252^\circ,983808$. Sustituyendo los valores de la latitud de Atenas y de la declinación de Arturo obtenemos la altura, $h = 8^\circ,9099$. En días sucesivos irá saliendo más tarde, estará más alta en el horizonte y se irá poniendo paulatinamente más pronto por el oeste.

Trabajos de verano

" Cuando el cardo florece y la cantora cigarra, posada en el árbol, derrama sin cesar por debajo de las alas su agudo canto, en la estación del agotador verano, entonces son más ricas las cabras y mejor el vino, más sensuales las mujeres y los hombres más débiles, porque Sirio les abrasa la cabeza y las rodillas , y su piel está reseca por la calima. Entonces sí que debes procurarte la sombra de una roca, vino biblino, un buen pan, leche de las cabras que ya empiezan a estar secas, y carne de una becerra apacentada en el bosque todavía no parida y de cabritos primogénitos "

En el párrafo anterior, Hesíodo está haciendo una descripción de las características del verano y de las sensaciones del mismo, como pueden ser el calor, la sed, los insectos y las fiestas propias de esta estación con tantas horas de luz solar. Cuando menciona cómo la estrella Sirio les abrasa la cabeza y las rodillas se refiere a cómo se relacionaba el orto helíaco de esta estrella, la egipcia Sothis, con el comienzo del verano y con la canícula, junto con la sensación de calor intenso asociada a esta estación. Parece ser que esta palabra "canícula" deriva de la constelación del Can Mayor, de la que Sirio es su estrella alfa.

Siguiendo el proceso de cálculo indicado para hallar el orto helíaco de una estrella (ver orto y puesta helíaca de las Pléyades), los resultados obtenidos para el orto cósmico son:

Orto cósmico de Sirio

Astro	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long.eclíptica (λ)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
Sirio	291,208348	72,656159	-16,56737	68,419543	283,430941	356,087100
Sol	240,275	105,386364	23,005743	104,135984	250,639610	356,025974

Estos resultados nos llevan hasta la fecha del 5 de julio para el orto cósmico. Tomando la declinación del Sol diez días después, entonces $\delta = 21^\circ, 669179$, la cual nos servirá para calcular la inclinación de la trayectoria solar ese día, $i = 48^\circ, 5317$ y, posteriormente, el arco de

Eclíptica a recorrer, $\Delta\lambda = 16^{\circ},109$, para que el Sol se encuentre 12° por debajo del horizonte (el arco de visión elegido) en el momento del orto helíaco de Sirio y los días necesarios para ello, 16,3 días, llegamos finalmente a fijar el 21 de julio como fecha en la que producía el fenómeno helíaco. Indudablemente el mes de julio es el mes más caluroso del año en la cuenca mediterránea y es cuando florecen los cardos.

" Cuando Orión y Sirio lleguen a la mitad del cielo y la Aurora de rosados dedos pueda ver a Arturo, ¡ oh Perses ! entonces corta y lleva a casa todos los racimos; déjalos al sol diez días y diez noches y cinco a la sombra; al sexto, vierte en jarras los dones del muy risueño Dioniso ".

En este párrafo, cuando se hace referencia a que la Aurora de rosados dedos pueda ver a la estrella Arturo (α Boyero) por primera vez, está refiriéndose a su orto helíaco. Hechos los cálculos necesarios sobre el Sol y la estrella, los resultados obtenidos finalmente para su orto cósmico, el día 30 de agosto, fueron los siguientes:

Orto cósmico de Arturo

Astro	Acimut (A)	Ascensión recta (α)	Declinación (δ)	Long.eclíptica (λ)	Ang.horario (H)	Tiempo sidéreo (θ)
Arturo	224,544939	184,005331	34,177360	168,126348	237,983807	61,989139
Sol	258,625	159,062098	8,943361	157,311208	262,942200	62,004299

Al ser Arturo una estrella de primera magnitud, tomamos un arco de visión de 15° , con lo que después de calcular mediante la ecuación (15) la inclinación i de la trayectoria del Sol, dándole a éste la declinación del 10 de septiembre $\delta = 5^{\circ},02$, obtenemos una $i = 51^{\circ}$, sustituyendo este valor y el del arco de visión en la ecuación (16) obtenemos el $\Delta\lambda = 19^{\circ}, 21$, que dividido entre $0^{\circ},985647/\text{día}$, da unos 19 días a añadir para el orto helíaco, que tendría lugar aproximadamente el 18 de septiembre.

Este fenómeno, localizado en el punto cardinal este durante el crepúsculo matutino, sería complementado por la visión de las constelaciones de Orión y la estrella Sirio en la zona sur del horizonte, culminando superiormente o a punto de culminar.

Para comprobar esta afirmación nos fijaremos en las ascensiones rectas de las estrellas Sirio, Betelgeuse y Rigel (ver cuadro de coordenadas ecuatoriales y eclípticas) y vemos como hay poca diferencia entre sus valores de α y el tiempo sidéreo al orto de Arturo $\theta = 61^{\circ},989$. Era lo esperado, ya que cuando una estrella alcanza su culminación meridiana superior el tiempo sidéreo es igual a su ascensión recta, puesto que su ángulo horario en ese momento es cero grados. Ahora estamos en condiciones de entender el sentido de todo el párrafo, ¡ es el tiempo de la vendimia !.

" Luego que se ocultan las Pléyades, las Híades y el forzudo Orión, acuérdate de que empieza la época de la labranza. Y ¡ ojalá que el año sea propicio dentro de la tierra ! "

La primera parte del párrafo recoge los momentos del año en los que se producen las " acronical puestas " de las Pléyades, las Híades y de Orión, es decir, los momentos en los que los dos cúmulos estelares y " el cazador " tienen su ocaso por el oeste, mientras que el Sol tiene su orto en el este. ¿ Cuándo se producían ?, esa es la cuestión a resolver.

Los pasos a dar son los mismos que se siguieron para hallar el " acronical orto " de Arturo, pero en vez de tomar la hora sidérea al orto de la estrella, aquí tomamos las correspondientes

al ocaso de cada uno de los cúmulos y de la constelación. Voy a calcular para la latitud de Atenas la fecha para la " acronical puesta " de Rigel (β Orión), que es la primera estrella de la constelación que desaparecería por el horizonte oeste, y después hallaré la correspondiente para Betelgeuse (α Orión), que sería la última en hacerlo.

Acronical puesta de Rigel

1°.- Angulo horario (H) al ocaso de Rigel.

$\cos H = -\tan \varphi \cdot \tan \delta$, entonces $\arccos H = 78^\circ, 18857$ (ocaso)

2°.- Tiempo sidéreo al ocaso de Rigel.

$\theta = H + \alpha = 78^\circ, 18857 + 48^\circ, 014532 = 126^\circ, 203102$

3°.- Calculando la longitud eclíptica del Sol (λ) en ese momento

$\tan \lambda = \frac{-\cos \theta}{\sin \varepsilon \tan \varphi + \cos \varepsilon \sin \theta}$, entonces $\lambda_1 = 29^\circ, 285196$ y $\lambda_2 = 209^\circ, 285196$

tomamos este último valor como el valor correcto.

4.- Hallando la declinación del Sol (δ) en ese momento.

$\sin \delta = \sin \lambda \cdot \sin \varepsilon$ (18), entonces el arcosen $\delta = -11^\circ, 37$, que es la declinación correspondiente a los días 21 de octubre. o al 19 de febrero. Tomamos la primera fecha por su correlación con la λ_2 . Con esto ya tenemos la fecha de la acronical puesta de Rigel. Al estar los dos astros en el horizonte, el resplandor del Sol impide ver ponerse a la estrella. Al ser una estrella de primera magnitud, el Sol tiene que estar unos 15° por debajo del horizonte, es decir, se verá esa mañana a Rigel por el oeste un poco antes de que salga el Sol. Haciendo los cálculos necesarios, de forma similar a Arturo, hallamos el arco " s " igual a $s = 19^\circ, 4198$ que corresponde en tiempo a 1h 17 m 40 s. Como el Sol ese día tiene su orto a las 6 h 36 m y 7 s, Rigel esa noche la veríamos desaparecer del cielo a las 5h 18 m. En ese momento su altura sobre el horizonte sería de $h = 13^\circ, 8426$.

Actuando de igual manera con Betelgeuse, la otra estrella de Orión, y con los cúmulos de las Pléyades y las Híades obtenemos las fechas de sus acronical puestas, a saber, el 7 de noviembre para Betelgeuse, el 13 de octubre para las Pléyades y el 22 de octubre para las Híades. El tiempo solar local y su altura sobre el horizonte, en sus respectivas fechas, se hallarían teniendo en cuenta que, para los cúmulos de estrellas, los grados del Sol por debajo del horizonte tienen que ser más, unos 18° ; por debajo de esta cantidad el resplandor del Sol las haría invisibles. Analizando las fechas, vemos que las Pléyades son las primeras en ponerse, les seguirían, casi al mismo tiempo, Rigel y las Híades y la última en hacerlo sería Betelgeuse. Ahora se entiende el orden en que son citados por Hesíodo

Concluyendo, se puede afirmar que, para Hesíodo, la labranza debe comenzar a mediados de octubre y debe estar acabada, si se puede, antes de mediados del mes de noviembre, aprovechando de esta forma el tiempo meteorológico otoñal, con lluvias abundantes y temperaturas todavía suaves en el clima mediterráneo griego, al igual que sucede hoy en día.

Trabajos de otoño

" Cuando ya la fuerza del sol picante extinga su sudorosa quemazón, al tiempo que el prepotente Zeus hace caer las últimas lluvias de otoño y el cuerpo humano se vuelve mucho más ágil - en ese momento el lucero Sirio remonta un poco de día sobre las cabezas de los hombres criados para la muerte, y se toma la mayor parte de la noche - , entonces el bosque al ser talado con el hacha tiene menos carcoma y esparce las hojas por el suelo y deja de echar brotes. Justamente entonces corta madera recordando las faenas correspondientes a la estación"

Aquí Hesiodo nos está hablando del acronycal orto de Sirio, de cómo se va a ir viendo cada día un poco después del atardecer, ocupando gran parte de la noche a la vez que sube cada día más en altura sobre el horizonte.

Tomando como ejemplo lo hecho con el acronycal orto de Arturo y eligiendo como arco de visión 12° , ya que Sirio es la estrella más brillante del cielo nocturno, la fecha en la que se produciría su acronical orto, durante el crepúsculo vespertino, y antes de que salga el Sol, sería el 19 de diciembre, cuando se producen las últimas lluvias de otoño, el Sol está muy bajo, el bosque de hoja caduca tira su hoja y se lleva a cabo la tala y poda de los árboles. Es ¡ Tiempo de invierno !.

Calendario de la navegación

" Si se despierta el deseo de la arriesgada navegación, te advierto que cuando las Pléyades huyendo del forzado Orión caigan al sombrío Ponto, entonces soplan ráfagas de toda clase de vientos y entonces, acuérdate, ya no debes tener las naves en el vinoso Ponto, sino trabajar el campo recordando mis consejos.

Arrastra la nave a tierra y cálzala con piedras por todas partes para que resista el embate de los vientos que soplan húmedos; y protégela de las tormentas para que no la pudra la lluvia de Zeus.

Guarda con orden en tu casa todos los aparejos en buenas condiciones y remienda las velas de la nave surcadora del Ponto; cuelga el bien trabajado timón sobre el humo del hogar y espera tú mismo hasta que llegue la época de la navegación. Entonces saca al mar la rápida nave y dentro pon la carga bien dispuesta, para que de regreso a casa obtengas ganancias.

"Hesíodo como hijo de comerciante y contemporáneo de las grandes colonizaciones griegas de los siglos VII y VI a.C. por todo el mar Mediterráneo y el mar Negro, quiere dejar constancia de qué fechas no son aptas para la navegación, por el peligro que esta actividad supondría para las empresas comerciales y los marineros en general.

Su consejo de arrastrar la nave a tierra, calzarla con piedras y guardar todos los aparejos hasta que llegue de nuevo la época de navegación lo enmarca temporalmente, según su costumbre, para cuando las Pléyades, huyendo del forzado Orión, caigan sobre el sombrío Ponto, pero ¿ en qué fechas ocurre esto ?. El fenómeno que describe es la acronycal puesta de las Pléyades en el crepúsculo matutino, un poco antes de que Orión comience su ocaso por el oeste del horizonte. Su fecha ya la habíamos indicado en el apartado de los trabajos de verano y correspondía al 13 de octubre, cuando la estación del otoño se encuentra ya avanzada, con sus fuerte vientos y sus borrascas que traen asociadas las precipitaciones más abundantes en el Mediterráneo, cuando no sus temidas " gotas frías ".

¿ Cómo de alto se verían ese día en el cielo del atardecer ?. Vamos a hallar el acimut (A), la altura (h) y el tiempo local del momento en el que desaparecían del cielo las Pléyades.

Para lograrlo se van a seguir los mismos pasos dados con la acronical puesta de Rigel, pero utilizando los datos de las Pléyades.

1°.- Angulo horario (H) al ocaso de las Pléyades.

$\cos H = -\tan \phi \cdot \tan \delta$, entonces $H = 100^\circ,362795$

2°.- Tiempo sidéreo al ocaso de las Pléyades.

$\theta = H + \alpha = 100^\circ,362795 + 15^\circ,752278 = 116^\circ,115073$

3°.- Calculando la longitud eclíptica del Sol (λ) en ese momento

$$\operatorname{tag} \lambda = \frac{-\cos \theta}{\operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{tag} \varphi + \cos \varepsilon \operatorname{sen} \theta}, \text{ entonces } \lambda_1 = 21^\circ,172979 \text{ y } \lambda_2 = 201^\circ,172979$$

tomamos este último valor como el correcto.

4.- Hallando la declinación del Sol (δ) en ese momento.

$\operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen} \lambda \cdot \operatorname{sen} \varepsilon$, entonces la declinación es $\delta = -8^\circ,370139$, que es la declinación correspondiente al día 13 de octubre, como anteriormente dijimos.

5°.- Hallando la inclinación del Sol ese día

$\cos i = \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sec} \delta$, y sustituyendo valores $i = 51^\circ,535173$

6°.- Hallando el arco "s" del Sol por debajo del horizonte.

Evaluando en 18° los grados necesarios a alcanzar por el Sol para que dejen de ser visibles

las Pléyades, se tiene que $\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} 18^\circ} = \frac{\operatorname{sen} 90^\circ}{\operatorname{sen} s}$, de donde $s = 23^\circ,449376$

transformándolo en tiempo... $23^\circ,449373 / 15 = 1 \text{ h } 32 \text{ m } 58 \text{ s}$

7°.- Hallando la hora al orto del Sol ese día.

Su ángulo horario al orto es $\cos H = -\operatorname{tag} \varphi \cdot \operatorname{tag} \delta$, sustituyendo valores $H = 276^\circ,596595$

que divididos entre 15 da su tiempo al orto $H = 18 \text{ h } 26 \text{ m } 23 \text{ s} = 6 \text{ h } 26 \text{ m } 23 \text{ s}$ (hora civil)

8°.- Hallando el momento de desaparición de las Pléyades en el crepúsculo.

Tiempo $t = 6 \text{ h } 26 \text{ m } 23 \text{ s} - 1 \text{ h } 32 \text{ m } 58 \text{ s} = 4 \text{ h } 53 \text{ m } 25 \text{ s}$.

En este tiempo t , el ángulo horario de las Pléyades es $H = 100^\circ,362795 - 23^\circ,449373 = 76^\circ,913423$

9°.- Hallando la altura de las Pléyades en ese momento.

$\operatorname{sen} h = \cos \varphi \cos \delta \cos H + \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \delta$, sustituyendo valores $h = 18^\circ,184421$

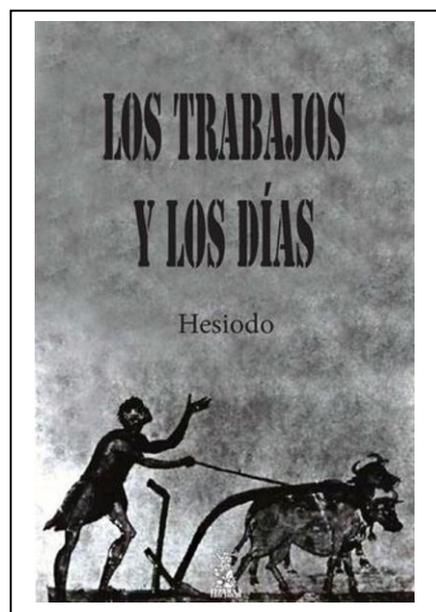
10°.- Calculando el acimut de las Pléyades en este momento.

El acimut (A) lo calculamos a través de la ecuación: $\cos h \operatorname{sen} A = \cos \delta \operatorname{sen} H$, de donde despejando $\operatorname{sen} A = \cos \delta \operatorname{sen} H / \cos h$, y sustituyendo valores obtenemos un acimut igual a $A = 87^\circ,516158$, o lo que es lo mismo, muy cerca del punto cardinal oeste.

Con este estudio sobre el calendario para la navegación concluyo mi interpretación astronómica de la obra de Hesíodo "Los trabajos y los días", el último de los dedicados a estos cuatro momentos históricos que había elegido para trabajar sobre el cúmulo globular abierto de las Pléyades en la Historia.

ESTRUCTURA DE TRABAJOS Y DÍAS

1. Proemio: vv. 1-10.
2. Introducción al tema: vv. 11-41.
3. Justicia: mitos y fábula. vv. 42-285.
4. Introducción al tema del trabajo: vv. 286-316.
5. Consejos de conducta social y familiar: vv. 380.
6. Calendario del labrador: vv. 383-617.
7. Calendario de la navegación: vv. 618-694.
8. Consejos de administración familiar, conducta social y religiosa: vv. 695-759.
9. Conclusión: vv. 760-764.



Bibliografía

- Chantal Jegues -Wolkiewiez : " Sur les chemins étoilés de Lascaux "
- Michael Roaf : " Mesopotamia y el antiguo Oriente Medio "
- Jean- Claude Margueron : " Los mesopotámicos "
- Federico Lara Peinado : " La civilización sumeria "
- Hesíodo : " Los trabajos y los días "
- Jean Meeus . " Astronomical algorithms "
- J.José de Orús, M^a Asunción Catalá y Jorge Núñez : " Astronomía esférica y mecánica celeste "