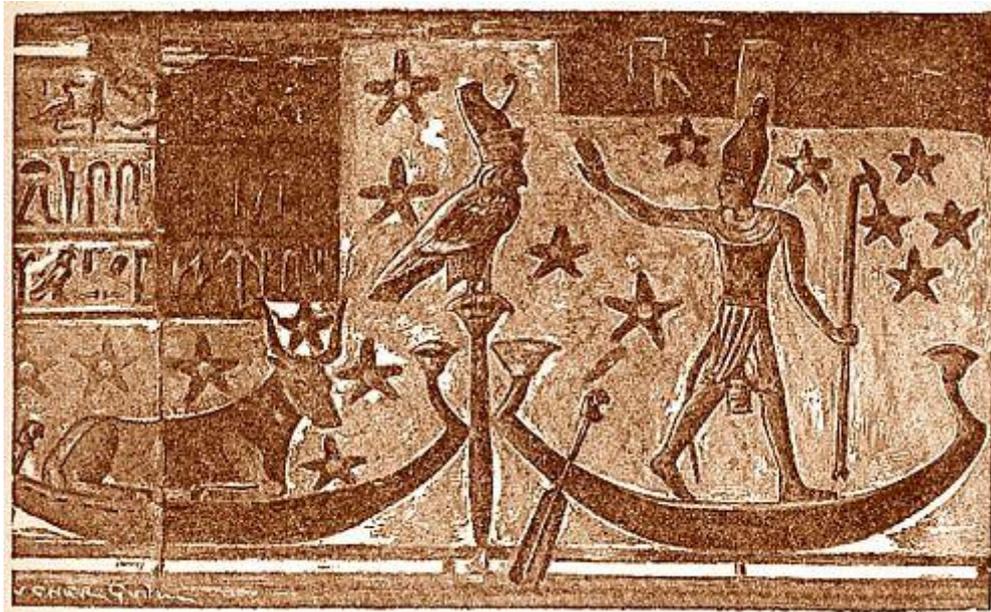


El orto helíaco de Sothis (Sirio)



Orión y la vaca Sothis separados por el gavián - halcón (zodiaco de Dendera).

Resumen

Si uno viaja a Egipto inmediatamente se da cuenta que Egipto es un país con una historia milenaria que se remonta hasta la Prehistoria y el Neolítico surgido en el Valle del Nilo. Pero es su historia antigua la que fascina en el mundo entero, en concreto la época de los faraones que ocupa tres milenios, desde su primer faraón Narmer (I dinastía) hasta la última reina de la dinastía ptolemaica, Cleopatra.

Egipto se lo debe todo a su gran río. Herodoto decía que el país " era un don del Nilo ", ya que desde siempre la inundación del valle por sus aguas, marcaba el ritmo de vida de sus habitantes, sus festividades y, por consiguiente, también su calendario anual. Este calendario comenzaba con el orto helíaco de la estrella Sothis, acontecimiento que también anunciaba el comienzo de la época de la inundación, momento que se producía cerca del solsticio del verano.

En este artículo se calcula y presenta cuándo se producía dicho orto helíaco de Sirio, a intervalos de 500 años, desde el 3000 a.C. hasta el año 0, para una latitud correspondiente a la antigua ciudad de Menfis.

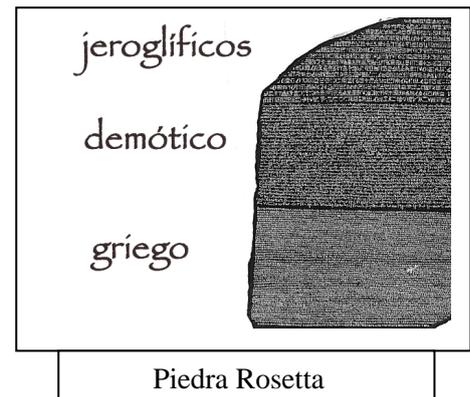
Señalar que durante este dilatado periodo de tiempo, el orto no se producía en la misma fecha, sino que avanzaba aproximadamente un día por cada cien años, ni tampoco se observaba el mismo día en las distintas ciudades que se extendían a lo largo del Nilo, pues era más tardío cuanto mayor latitud geográfica tuviera la ciudad.

EL ORTO HELÍACO DE SOTHIS (SIRIO) EN EL ANTIGUO EGIPTO

Cuando se pretende escribir sobre cualquier tema relacionado con el antiguo Egipto faraónico uno no puede más que sentir una profunda admiración por el legado dejado por esta civilización, la cual se asentó a lo largo del valle del río Nilo, durante un amplio periodo de más de 3000 años, reflejándose en numerosos campos del saber humano, como pueden ser las matemáticas, el arte, la medicina, la escritura y también la astronomía.

Cómo no recordar en este momento la admiración que sentí al ver las dimensiones de las Pirámides en la meseta de Guiza, cerca de El Cairo, o la emoción y misterio al visitar el santuario con las tres estatuas de los dioses y del faraón Ramsés II del templo de Abu Simbel, en la localidad de Assuan.

Ya que hay numerosos trabajos, libros, e incluso una Ciencia dedicada a su estudio concreto como es la Egiptología, no me voy a extender mucho sobre su historia, perfectamente conocida desde el desciframiento de la escritura jeroglífica por Champollion, a partir del descubrimiento de la Piedra de Rosetta en el año 1799, durante la expedición de Napoleón Bonaparte al país del Nilo. Esta estela tiene escrito el mismo texto en tres escrituras distintas, la jeroglífica, la demótica y la griega y se puede ver hoy en día en el British Museum de Londres.



A modo de pequeña síntesis, en donde se recojan sus principales periodos, dinastías y hechos notorios o relevantes se puede decir lo siguiente.

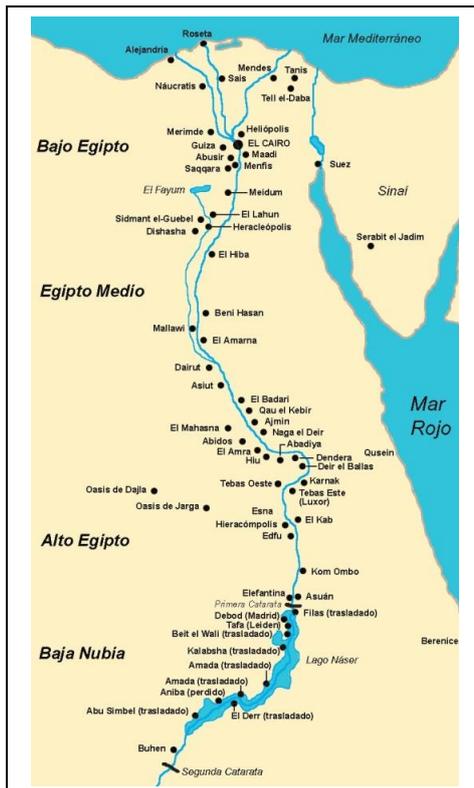
Los primeros textos recogen la existencia de un Periodo Dinástico Temprano (2920 - 2575) que abarca las tres primeras dinastías, desde el unificador del Alto y Bajo Egipto, el faraón Menes. Es notorio resaltar que en este periodo se construyó la pirámide escalonada de Djoser, en la localidad de Saqqara, por su arquitecto y sacerdote Imhotep, posteriormente divinizado.

Le sigue el Imperio Antiguo (2575 - 2134) ocupando temporalmente desde la IV Dinastía, la de los míticos constructores de las grandes pirámides Keops, Kefren y Micerinos, según los nombres dados a estos faraones por los griegos, y que se prolonga hasta la VIII Dinastía.

A los periodos en los que no hay un poder fuerte centralizado y, por consiguiente, sí una inestabilidad política, social y económica entre los distintos nomos o provincias, se les conoce como Periodos Intermedios. El Primero de ellos (2134 - 2040) ocupa las dinastías IX y X en el nomo de Herakleópolis y la XI, pero esta última circunscrita solo a la región tebana.

Al final del III milenio el país vuelve otra vez a unificarse, el faraón Mentuhotep se proclama el Señor del Alto y Bajo Egipto, sofocando las revueltas internas y haciendo frente al empuje de los pueblos nómadas asiáticos. Es con la XII dinastía, instaurada por Amennemhat I, cuando el país vuelve otra vez a ser fuerte, ampliando su dominio, bajo el faraón Sesostri III, hacia las regiones de Nubia, Palestina, Fenicia y por el oeste sometiendo a las tribus nómadas del desierto libio. Este renacimiento en todos los aspectos es conocido como Imperio Medio (2040 - 1640) y abarca también a las dinastías XIII y XIV, las cuales cuentan con numerosos reyes, pero de breve reinado.

El II Periodo Intermedio (1640 - 1532) supone, de nuevo, un periodo de debilidad, anarquía y de dominación extranjera por parte de los hicsos, unos recién llegados, pueblos nómadas pastores procedentes de Asia, que se asientan en el Delta del Nilo, en donde fundan su capital Avaris y someten mediante tributo a gran parte del país, apoyados en sus mejoras tecnológicas como fueron el uso del arco compuesto, el ca-



Ciudades y templos del Antiguo Egipto

ro de guerra tirado por caballos y el uso intensivo del bronce en armas y corazas defensivas. Este oscuro periodo de su historia abarca las dinastías XV, XVI y XVII.

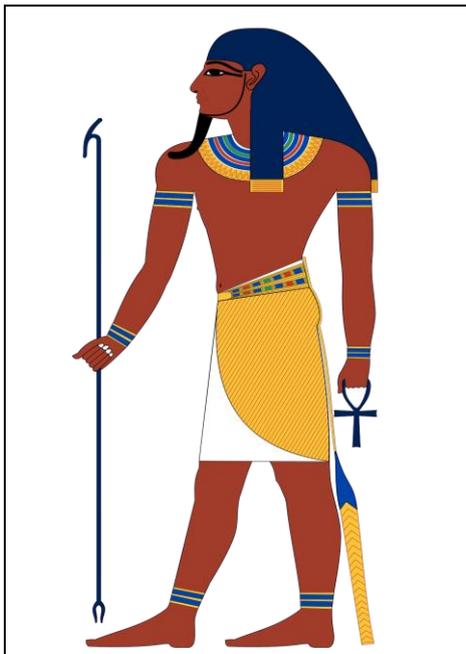
Es en el siguiente periodo, conocido como Imperio Nuevo (1550 - 1070), cuando se manifiesta en todo su esplendor la civilización egipcia. Ocupa las dinastías XVIII, XIX y XX con faraones muy conocidos por diferentes motivos, como Ahmosis, el fundador de la XVIII, Tutmosis III, quien tuvo que soportar, mientras fue niño, una larga regencia por parte de la reina Hatshepsut, la única mujer que llegó a ocupar el trono, Amenofis III y sus conocidas estatuas-pilonos de “ los colosos de Memnón”, el rey hereje Akhenatón (el que es agradable a Atón, el Sol) y su mujer Nefertiti, al que sucede el famosísimo Tutankhamón con su tumba inviolada del Valle de los Reyes, en Tebas; todos ellos de la dinastía XVIII. De la siguiente dinastía el más conocido es Ramsés II, uno de los faraones más longevos y prolíficos de toda la historia egipcia, autoproclamado vencedor de los hititas en la batalla de Qadesh (1274) y constructor del no menos famoso templo de Abu Simbel. Finalmente está la dinastía XX, o Ramésida, llamada así porque todos sus faraones llevan por nombre Ramsés, la cual se caracteriza por una sucesión de cortos reinados que trajeron la decadencia al país, excepto el de Ramsés III, vencedor de los llamados “ Pueblos del Mar ”, una gran oleada migratoria de tribus indoeuropeas que a partir del 1200 a.C. cambiaron el panorama político de toda la cuenca mediterránea, pero no pudieron invadir Egipto. Su templo de Medinet Habu, cerca de Tebas, recoge en sus paredes este acontecimiento histórico.

A partir de este momento, las grandes epopeyas egipcias han llegado a su fin. Durante más de cuatro siglos el país se encontrará en manos de soberanos débiles, pertenecientes a numerosas dinastías, casi independientes unas de otras, incluyendo algunas nubias, y bajo el dominio de pueblos extranjeros como fueron primero los persas, luego los macedonios de Alejandro Magno tras su victoria en la batalla de Issos (333 A.C.) ante los propios persas y posteriormente, a la muerte del gran conquistador, la instauración por parte de uno de sus generales de una nueva dinastía, la Ptolomaica ,que llegará hasta el año 30 a.C., cuando Augusto convierte en provincia romana a Egipto, después de su victoria el año anterior sobre la flota de Marco Antonio y Cleopatra en la batalla naval de Accio y de su posterior suicidio en el palacio de Alejandría.

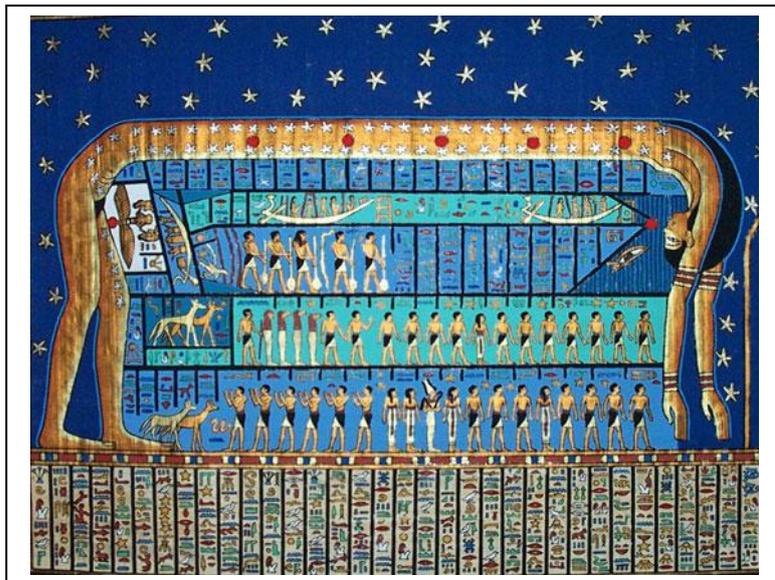
Si a grandes rasgos esta es la historia general de Egipto, ahora vamos a ver cuáles fueron sus principales contribuciones en el campo de la Astronomía. Establecieron una de las primeras cosmogonías del Próximo Oriente, junto con las ya elaboradas por los Sumerios y otros pueblos mesopotámicos en el IV milenio a.C. Nace esta cosmología en la ciudad de Heliópolis, situada cerca del Delta, y en ella se habla de un caos primordial, “ Nun” y de la obra creadora del mundo y de los dioses por parte de Atum (el Sol), asociado posteriormente a Ra, que crea a Tefnut (diosa de la humedad) y a su pareja Shu (dios del aire), padres a su vez de Geb (la tierra) y Nut (el cielo).

Nut está representada en las tumbas y templos como bóveda celeste llena de estrellas, con el cuerpo arqueado y las extremidades apoyadas en el suelo, indicando los cuatro puntos cardinales. Servía al Sol de

soporte durante su tránsito nocturno, después de su ocaso.



Dios Atum



Diosa Nut soportando la bóveda del cielo estrellada

Aunque el profesor D. Juan Antonio Belmonte, en su trabajo de investigación “ On the orientation of ancient egyptian temples “ llega a la conclusión que la mayoría de los templos están orientados al Nilo, también se observan algunas construcciones en las que, con mejor o peor criterio, se han localizado unas alineaciones definidas. Esto último está en consonancia con la existencia, según los textos, de un ritual llamado “ estiramiento de la cuerda ”, ceremonia fundacional de un templo, mediante la cual se orientaba su eje con un objetivo astronómico, como puede suceder en el templo de la diosa Hathor en Déndera, hacia la estrella Alkaid (η de la Osa Mayor), o en el templo de Abu Simbel, construido por Ramsés II, cuando el Sol, dos veces al año, un poco después de su orto, ilumina las estatuas del mismo faraón y de los dioses Ra y Amón, pero no la dios Ptah. También parece apreciarse una orientación en el templo de Karnak (Tebas), hacia el orto del Sol en el solsticio de invierno. Más cuestionables y polémicas son las interpretaciones que se han hecho al respecto de las orientaciones de las Pirámides.

Entre los sacerdotes más importantes en los templos egipcios estaban “ los observadores de los secretos del cielo ”, siendo con frecuencia representados cubiertos por una piel de pantera decorada con estrellas. Ellos eran los encargados, entre otras cosas, de la predicción de los ortos y ocasos de las estrellas, fundamentalmente de la estrella Sothis, cuyo orto heliaco marcaba el comienzo del año civil y, por tanto, del calendario. Destacaban por encima de los demás sacerdotes los consagrados al dios Ra, en Heliópolis.

Siendo Egipto “ un don del Nilo “, como decía el historiador Herodoto, era imprescindible la creación de un calendario que regulara las actividades agrícolas y especialmente que fuera capaz de predecir la inundación anual del río con la mayor precisión posible.

Como el calendario lunar no posibilitaba la exactitud requerida tuvieron que crear uno solar.



Sacerdote astrónomo

El año constaba de 365 días, divididos en doce meses, de treinta días cada uno, a los que se añadían cinco días adicionales conocidos como “epagómenos”, dedicados al nacimiento de los dioses Osiris, Horus, Seth, Isis y Neftis. Estaba dividido en tres estaciones, Akhet (la inundación), Peret (la siembra) y She-mu (la cosecha), cada una con una duración de cuatro meses, y cada mes estaba formado por tres semanas de diez días cada una de ellas.

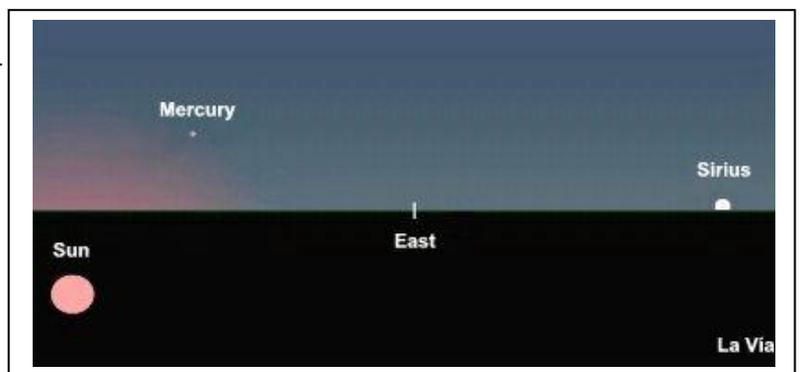
Comenzaba el año con el orto helíaco de Sothis, que se producía al comienzo de la inundación del Nilo. Como este año era de 365 días frente a los 365,25 del año juliano se producía un retraso de un día cada cuatro años para el comienzo del año civil, no volviendo a coincidir de nuevo el comienzo del año astronómico con el civil hasta transcurridos 1460 años (365 días x 4). A este ciclo se le conocía como ciclo sothiaco.

Con objeto de evitar este desfase, durante el reinado de Ptolomeo III (238 a.C.) se añadió un sexto día epagómeno cada cuatro años. Con posterioridad, Julio Cesar, en el año 45 a.C. introdujo su calendario solar de 365,25 días. Este calendario “juliano” estuvo vigente en toda la cristiandad, menos en el mundo ortodoxo, hasta el 1582 cuando entró en vigor la reforma llevada a cabo por el Papa Gregorio XIII, a raíz del Concilio de Trento. El Concilio fijó un nuevo calendario con dos tipos de años, el común de 365 días y el bisiesto de 366 días cada cuatro años, además de convertir en bisiesto también a los años que cierran siglo y fueran múltiplos de 400 años. Aun así, el año del calendario gregoriano (365,2425) es veintiséis segundos más largo que el astronómico, que toma como duración el año trópico de 365,242189074 días. Anteriormente hemos mencionado que el año comenzaba con el orto helíaco de Sothis (Sirio) pero..... ¿ en qué fechas aproximadas ocurría este fenómeno astronómico ? ¿ se mantuvieron las mismas fechas durante toda la historia del Egipto faraónico ? ¿ ocurría el acontecimiento el mismo día en todas las ciudades del valle del Nilo ?. Responder a estas preguntas será el objetivo del presente trabajo

Lo primero es definir qué se entiende por orto helíaco, en este caso el de Sirio. Es el momento en el que se ve aparecer a la estrella por primera vez, después de un tiempo de invisibilidad, por el horizonte este de un lugar, un poco antes de que salga el Sol durante el amanecer. Este periodo de invisibilidad era de setenta días para Sothis y está claramente relacionado con los setenta días que, según Herodoto, pasaba un cadáver en la “ Casa de los muertos ” para poder ser embalsamado.

Resulta complicado buscar una fecha exacta en la que se produce por varios motivos :

- La topografía del horizonte local.
- Las condiciones de la atmósfera en el momento de la observación, como pueden ser su temperatura, su humedad y la diafanidad de la misma.



Orto helíaco de Sirio

- El fenómeno de la refracción atmosférica, que hace subir la altura de un astro sobre el horizonte.
- La elección de un “ arco de visión ” adecuado para que el resplandor del Sol todavía no sea mucho e impida que se vea la estrella. El arco de visión es la distancia angular vertical, medida en grados, entre la estrella y el Sol, y es un término muy controvertido en el que no se ponen de acuerdo los especialistas, cuantificándolo dentro de una horquilla de valores que van desde los 8º hasta los 12º, si bien parece que hay consenso en fijar entre 2º y 3º la altura mínima de Sirio para que sea visible sobre el horizonte.

Hay que tener en cuenta que, cuanto más se suba en latitud, más tarde se produce el orto de una misma estrella y viceversa, cuanto más se baje antes se producirá, en una ratio aproximada de 1 día por cada

grado que se suba o se baje. Esto resulta importante decirlo respecto al desarrollo del trabajo, ya que Egipto es un país que, de norte a sur, tiene hoy en día más de 1100 km y en la antigüedad se extendía entre los 22° y los 31° de latitud norte. Por consiguiente, no se producía el orto de Sothis el mismo día en la ciudad de Tebas que en la de Menfis.

Aunque el objetivo principal del presente trabajo es responder a las preguntas anteriormente formuladas, con objeto de hacer más entendible el proceso matemático a desarrollar, voy a ofrecer como ejemplo el orto helíaco de Sirio, en el marco de referencia J2000, y para una latitud de 40° N. De esta manera los resultados podrán ser oportunamente comprobados en un planisferio comercial con la ventana correspondiente a esa latitud.

Una vez calculada la fecha del orto, con un cierto margen de error por los motivos antes mencionados, el modelo será extrapolado a la antigua ciudad de Menfis (llamada “la muralla blanca” o “la que une los dos países”), capital durante el Imperio Antiguo, pero para cada uno de los marcos temporales de referencia correspondientes a las fechas elegidas, a saber, intervalos de tiempo de 500 años, desde el 3000 a.C. hasta el año 0. De esta forma nos aseguramos abarcar en el cálculo a toda la historia egipcia.

Orto helíaco de sirio para una latitud (φ) 40° N

Antes de adentrarnos en el modelo matemático a desarrollar es conveniente dar algunos datos de la estrella Sirio. Estos datos se usarán para los cálculos relativos a la época actual y también para cuando los extrapolemos al pasado.

Sirio es el nombre latino dado a la estrella más brillante de la constelación del Can Mayor (α CMa) y también de todo el cielo nocturno. Es un sistema binario formado por Sirio A, una estrella blanca y por su compañera, Sirio B, una enana blanca.

El sistema se halla a una distancia de 8,6 años/luz. Las coordenadas ecuatoriales absolutas J2000 de Sirio A son:

- $\alpha = 6^h 45^m 9^s = 101^{\circ},2875$ y $\delta = -16^{\circ} 42' 58,01'' = -16^{\circ},7161$
- movimiento propio en $\alpha = -546,01$ mas/año (miliarcosegundo)
- movimiento propio en $\delta = -1223,07$ mas/año
- velocidad radial = $-5,5$ km/s
- distancia = 8,6 años/luz, igual a 2,64 parsecs
- paralaje = 379,21 mas
- masa = 2,02 masas solares

Lo primero que hay que hacer es hallar la hora sidérea (θ) correspondiente al orto de Sirio.

Cálculo del tiempo sidéreo (θ) al orto de Sirio

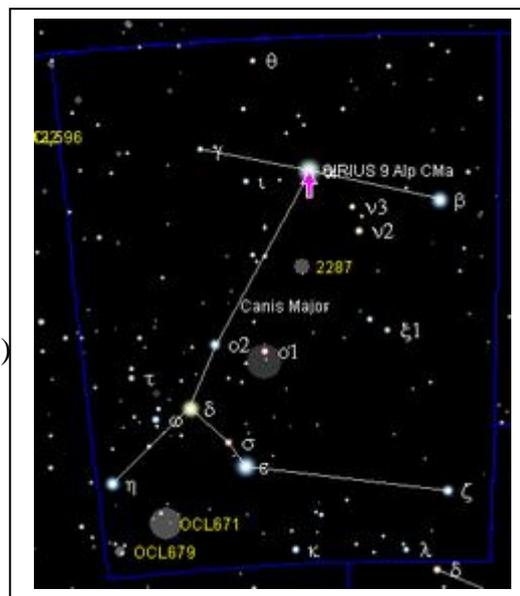
Se necesita saber primero el ángulo horario (H) al orto. Teniendo en cuenta que, al orto, la distancia cenital de un astro es igual a $z = 90^{\circ}$, por consiguiente $\cos z = 0$,

$$\cos H = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta} = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta \quad \text{sustituyendo } \varphi \text{ y } \delta \text{ obtenemos dos valores para } H :$$

$$H_1 = 75^{\circ},404166, \text{ este valor es para el } \underline{\text{ocaso}} \quad \text{y} \quad H_2 = 284^{\circ},595833 \text{ para el } \underline{\text{orto}}$$

Conociendo el ángulo horario (H_2) al orto y la ascensión recta (α) de Sirio, podemos hallar su Tiempo sidéreo al orto (θ).

$$\theta = H_2 + \alpha = 284^{\circ},595833 + 101^{\circ},2875 = 385^{\circ},883333 = 25^{\circ},883333$$



Can Mayor

Ahora que ya hemos hallado el tiempo sidéreo de Sirio al orto y viendo que su ángulo horario H_2 está cerca del punto cardinal Este ($H = 270^\circ$), buscaremos a continuación un tiempo sidéreo al orto para el Sol que coincida, más o menos, con el sidéreo calculado para Sirio.

Cálculo del tiempo sidéreo (θ) al orto del Sol

En este caso el planteamiento es un poco diferente, puesto que el Sol tiene distintos ángulos horarios (H) de salida ya que cambia diariamente de declinación, desde una $\delta = +23^\circ 26' 21,41'' = 23^\circ,43928$ en el solsticio de verano, al mismo valor pero negativo, en el invierno.

Un hecho a tener en cuenta, y que nos servirá para acotar la búsqueda entre unos valores determinados, es saber que el orto simultáneo o “ cósmico ” de los dos astros se produce en nuestras latitudes templadas durante la estación del verano. Esto nos permite acotar el acimut al orto del Sol, en una latitud de 40° , entre un punto cardinal al Noreste (solsticio verano) y al Este (equinoccio otoño). Los pasos a dar son:

1°. Hallar el acimut al orto del Sol (A) para el solsticio de verano.

Teniendo en cuenta que la altura del Sol al orto es $h = 0^\circ$ entonces $\sin h = 0$ y $\cos h = 1$

$$\cos A = \frac{\sin \varphi \sin h - \sin \delta}{\cos \varphi \cos h} \quad \text{queda} \quad \cos A = \frac{-\sin \delta}{\cos \varphi} \quad \text{sustituyendo } \delta \text{ y } \varphi \text{ nos dan dos valores para } A :$$

$$A_1 = 121^\circ,282692, \text{ valor correspondiente al } \underline{\text{ocaso}} \quad \text{y} \quad A_2 = 238^\circ,717307 \quad \text{para el } \underline{\text{orto}}$$

2°. Hallar la declinación del Sol (δ) para cada acimut (A_2) dado, de grado en grado, en un intervalo que va desde $238^\circ,717309 \leq A_2 \leq 270^\circ$

La ecuación $\sin \delta = -\cos A \cos \varphi$ nos lleva a un intervalo con valores de declinación del Sol comprendidos entre $\delta = 23^\circ,4392794$, para el solsticio de verano y $\delta = 0^\circ$ para el equinoccio de otoño.

3°. Hallar el ángulo horario (H) del Sol al orto para cada valor de la declinación (δ) del Sol obtenida anteriormente, en el intervalo que va desde $23^\circ,4392794 \leq \delta \leq 0^\circ$. Teniendo en cuenta que la distancia cenital del Sol al orto $z = 90^\circ$, entonces $\cos z = 0$

$$\cos H = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta} = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta \quad \text{haciendo las sustituciones de } \varphi \text{ y } \delta \text{ nos dan dos valores}$$

del ángulo horario (H), uno para el ocaso (H_1) y el otro para el orto (H_2). Este último es el que nos interesa. Observamos que el ángulo horario al orto del Sol se mueve en un intervalo comprendido entre $248^\circ,666617 \leq H \leq 270^\circ$

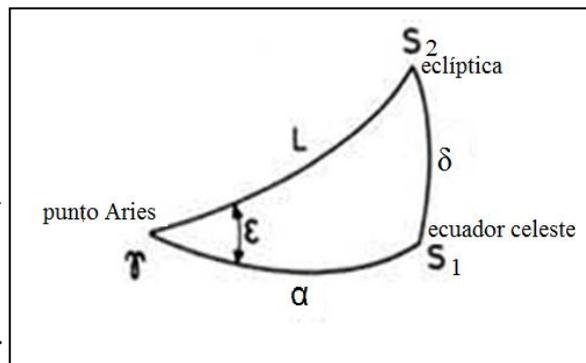
4°. Calcular la longitud eclíptica del Sol (L) correspondiente a cada una de las declinaciones solares (δ) halladas en el punto 2°.

Sea, en la imagen de al lado, el arco ΥS_2 la longitud eclíptica (L) del Sol. El arco ΥS_1 representa la ascensión recta (α) del Sol y el arco $S_1 S_2$ la declinación (δ) del Sol.

Por el teorema de los senos tenemos que....

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \delta} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin L} \quad \text{entonces} \quad \sin L = \frac{\sin \delta}{\sin \varepsilon}$$

De esta última expresión hallamos la longitud eclíptica (L) del Sol por medio del $\arcsen L$, después de sustituir los valores de la declinación (δ) y de la eclíptica $\varepsilon = 23^\circ,4392794$. Su valor está comprendido dentro del intervalo $L = 90^\circ$ en el solsticio de verano, hasta $L = 180^\circ$ en el equinoccio de otoño.



5º. Hallar la ascensión recta del Sol (α) en función de la longitud eclíptica (L), anteriormente hallada y de la inclinación de la eclíptica (ϵ).

Haciendo uso de las siguientes fórmulas de Bessel, que relacionan las coordenadas eclípticas con las ecuatoriales absolutas, se tiene que....

$$\cos \delta \sin \alpha = \cos \epsilon \cos \beta \sin L - \sin \epsilon \sin \beta \quad \text{y} \quad \cos \delta \cos \alpha = \cos \beta \cos L$$

Dividiendo la primera entre la segunda y teniendo en cuenta que la latitud eclíptica del Sol es $\beta = 0^\circ$ y por consiguiente, $\cos \beta = 1$ y $\sin \beta = 0$ llegamos a la expresión.... $\tan \alpha = \tan \epsilon \sin L$

Sustituyendo los valores de L antes hallados y el de $\epsilon = 23^\circ,4392794$ calculamos la ascensión recta (α) Esta ascensión recta del Sol también se encontrará dentro del intervalo $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

6º. Hallar el tiempo sidéreo (θ) al orto del Sol, para cada uno de los valores de su ascensión recta (α) y de su ángulo horario (H), dentro de los respectivos intervalos anteriormente mencionados.

Se define el tiempo sidéreo (θ) como la suma de la ascensión recta (α) y el ángulo horario (H) de un astro, es decir..... $\theta = H + \alpha$, y como sabemos que la hora sidérea al orto de Sirio es igual a la hora sidérea al orto del Sol, ya que son simultáneos en el tiempo, solo tenemos que buscar el valor de θ que más se aproxime o sea igual. Cuando lo hayamos encontrado, nos fijamos en el ángulo horario H que corresponde al tiempo sidéreo elegido y, volviendo al punto 3º, veremos la declinación del Sol (δ) que corresponde también a ese H . Sabiendo esta declinación nos vamos al Anuario Astronómico, a sus tablas mensuales, y buscamos la fecha en la que el Sol tiene esa declinación.

En este caso en concreto, los valores encontrados como correctos, después de haber realizado más de una interpolación con objeto de ir ajustando, más y más los resultados, son los siguientes:

$$\theta = H + \alpha = 254^\circ,228639 + 131^\circ,658135 = 385^\circ,886774 = 25^\circ,886774 \text{ para el tiempo sidéreo.}$$

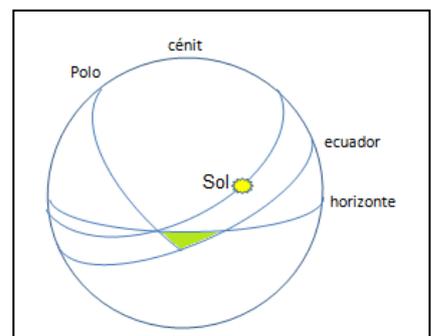
$L = 129^\circ,2228709$ para la longitud eclíptica, $\delta = 17^\circ,948059$ para la declinación solar, que corresponde a un acimut al orto de $A = 246^\circ,28$

Teniendo en cuenta todos estos datos, encontramos que el día en el que se produce el “orto cósmico” o simultáneo de los dos astros, para una latitud de 40° N, es entre el 1 y el 2 de Agosto. Si miramos en nuestro planisferio comercial podemos comprobar que es correcto y sucede ese día el fenómeno descrito. Una cosa es haber encontrado el “orto cósmico” y otra diferente es encontrar el “orto helíaco”.

Para lograrlo de una forma aproximada, tenemos que responder a la pregunta ¿cuántos días tienen que pasar desde el “orto cósmico” para que el Sol se halle 10° por debajo del horizonte local?. Los 10° es una elección personal, porque pienso que con este valor el resplandor del Sol no será suficiente para evitar que Sirio se vea en el horizonte durante el crepúsculo matutino. Es el mencionado “arco de visión” necesario para que esto ocurra.

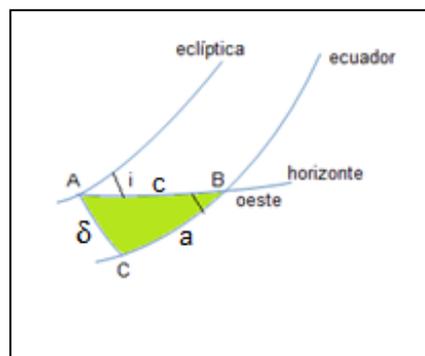
Para responder a la pregunta, voy a calcular los grados que tiene que recorrer el Sol sobre la Eclíptica para que, en una latitud de 40° , se encuentre 10° por debajo del horizonte, a contar desde el “orto cósmico” de Sirio. Conocidos los grados y sabiendo que el Sol recorre diariamente sobre la Eclíptica $0^\circ,98564736$ sabremos los días necesarios.

Lo primero a determinar es el ángulo que forma la trayectoria del Sol sobre la eclíptica con el horizonte local en un lugar determinado del Hemisferio Norte. Para responder a esta cuestión necesitamos saber su ángulo de incidencia (i) con el horizonte, para una declinación solar (δ) concreta y para una latitud geográfica determinada (ϕ).



Después, como el Sol recorre diariamente con ligerísimas variaciones un paralelo celeste, lo vamos a asimilar a la trayectoria que seguiría en el cielo una estrella que tuviera su misma declinación.

Para calcular este ángulo (i), nos fijaremos en el triángulo ABC del dibujo de al lado, en el que i es el ángulo buscado, el ángulo ($A+i$) es igual a 90° , el ángulo B es la colatitud del lugar ($90^\circ - \phi$) y el C también vale 90° . Haciendo uso de la tercera fórmula de Bessel se tiene:



$\text{sen } c \text{ sen } \phi = \text{sen } a \text{ cos } \delta - \text{cos } a \text{ sen } \delta \text{ cos } 90^\circ$ y como $\text{cos } 90^\circ = 0$, entonces nos queda que $\text{sen } \phi \text{ sec } \delta = \frac{\text{sen } a}{\text{sen } c}$

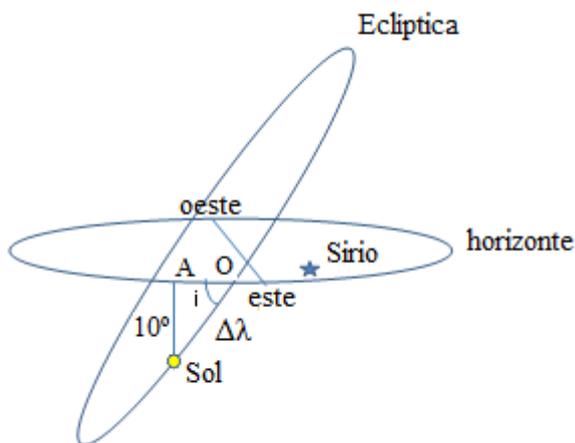
Por la segunda fórmula de Bessel, la de los senos, tenemos :

$\frac{\text{sen } a}{\text{sen } A} = \frac{\text{sen } \delta}{\text{sen } B} = \frac{\text{sen } c}{\text{sen } C}$ pero como $\text{sen } A = \text{cos } i$, por ser ángulos complementarios, $\text{sen } B = \text{cos } \phi$ por

la misma razón y $\text{sen } C = \text{sen } 90^\circ = 1$ nos queda que $\frac{\text{sen } a}{\text{cos } i} = \frac{\text{sen } \delta}{\text{cos } \phi} = \text{sen } c$ y como $\frac{\text{sen } a}{\text{sen } c} = \text{cos } i$

tendríamos que $\text{sen } \phi \text{ sec } \delta = \frac{\text{sen } a}{\text{sen } c} = \text{cos } i$ o lo que es lo mismo $\text{cos } i = \text{sen } \phi \text{ sec } \delta$ que es la fórmula

que nos daría la inclinación de la trayectoria del Sol con el horizonte en función de la declinación del Sol y de la latitud del lugar. Como la declinación del Sol en el orto cósmico es diferente a la que tiene en el orto helíaco, vamos a tomar una declinación media entre los dos fenómenos, es decir, supuestamente la que alcanzaría una semana después del orto cósmico, es decir la correspondiente al 8 de agosto, que es $\delta = 16^\circ 12' 37'' = 16,210277$. Sustituyendo..... $i = \text{arc cos} (\text{sen } 40^\circ \text{ sec } 16,210277) = 47,979184$. Sabiendo la inclinación aproximada, podemos calcular el incremento en la longitud eclíptica del Sol ($\Delta\lambda$), a contar desde la fecha del orto cósmico, para que se encuentre 10° por debajo del horizonte.



Aplicando el teorema de los senos al triángulo esférico Sol-A-O, en el que los vértices son: A (90°) el punto del horizonte por encima del Sol en el orto helíaco de Sirio, O (i) el punto donde se produce el orto del Sol y el propio Sol por debajo del horizonte y los lados del triángulo son, respectivamente, los 10° , AO y el $\Delta\lambda$ que queremos hallar, obtenemos la siguiente expresión:

$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } 10^\circ} = \frac{\text{sen } 90}{\text{sen } \Delta\lambda}$ como $\text{sen } 90^\circ = 1$ tenemos que $\text{sen } \Delta\lambda = \frac{\text{sen } 10^\circ}{\text{sen } i}$ sustituyendo i por su valor y hallando después el arcsen $\Delta\lambda$ obtenemos que $\Delta\lambda = 13,517547$.

Teniendo en cuenta que el Sol recorre diariamente $0,98564736$, si dividimos estos dos últimos valores obtendremos el número de días que tienen que transcurrir para que el Sol se encuentre diez grados por debajo del horizonte y, por consiguiente, se pueda producir el orto helíaco de Sirio.

Los días que salen son: $13,517547 / 0,98564736 = 13,714$ días

Como anteriormente habíamos fijado que el orto simultáneo de Sirio y el Sol u "orto cósmico" se producía entre el uno y el dos de agosto, entonces si sumamos 13,714 días el "orto helíaco" se producirá, en

una latitud de 40° N, entre el catorce o quince de agosto.

Según Bob King, en su artículo “ Sirius at heliacal rising ” en Sky and telescope, da las siguientes fechas aproximadas de orto helíaco de Sirio para cada una de las siguientes latitudes Norte, tomando un arco de visión de 11° en total, 8° del Sol por debajo del horizonte y 3° de Sirio por encima para que sea visible.

<u>latitud</u>	<u>fecha</u>	<u>latitud</u>	<u>fecha</u>	<u>latitud</u>	<u>fecha</u>
32°	3 de agosto	38°	9 de agosto	44°	15 de agosto
33°	4 de agosto	39°	10 de agosto	45°	16 de agosto
34°	5 de agosto	40°	11 de agosto	46°	17 de agosto
35°	6 de agosto	41°	12 de agosto	47°	18 de agosto
36°	7 de agosto	42°	13 de agosto	48°	19 de agosto
37°	8 de agosto	43°	14 de agosto	49°	20 de agosto

Todo el desarrollo anterior nos sirve de modelo para aplicarlo a nuestro objetivo final, el poder calcular las fechas del orto helíaco de Sothis en la ciudad de Menfis, desde el 3000 A.C. hasta el año 0, a intervalos de 500 años. La ciudad de Menfis se encontraba cerca de donde se abre el Delta del Nilo y cerca de la ciudad de Heliópolis, donde tenía lugar el principal culto al dios solar Ra. Su latitud es $\varphi = 29^{\circ},84466 = 29^{\circ} 50' 40,8''$

El trasladar los cálculos del orto helíaco de Sothis a unas fechas anteriores a nuestra era supone, dado el tiempo transcurrido, hacer unas correcciones necesarias relativas, tanto para la estrella como para el Sol, en cada uno de los distintos marcos de referencia temporal. Los pasos previos a seguir antes de aplicar el modelo son:

- 1°. Corregir tanto de precesión como de movimiento propio a la estrella para cada una de las fechas del intervalo. Esto se justifica dado el tiempo transcurrido, de varios milenios de años, así como del movimiento propio de Sirio, que es significativo, por estar solo a 8,6 años/luz de distancia. Conocidas sus coordenadas ecuatoriales absolutas, ascensión recta y declinación, podemos hallar su ángulo horario y su tiempo sidéreo al orto.
- 2°. Hallar la inclinación de la Eclíptica para cada fecha del intervalo. Esto supone admitir una variación en la latitud de los Trópicos en función del tiempo y, por consiguiente, una variación de la declinación del Sol para cada uno de los días del año.
- 3°. Hallar la declinación del Sol para cada día del año y en cada una de las fechas de intervalo. Esto será necesario para calcular el ángulo horario del Sol al orto y su ascensión recta y después, haciendo la suma, expresar su tiempo sidéreo.

Coordenadas ecuatoriales de Sothis corregidas de precesión y movimiento propio

<u>Año</u>	<u>Declinación (δ)</u>	<u>Ascensión recta (α)</u>
3000 A.C.....	- 22°,5081504 = - 22° 30' 29,34''	46°,6048953 = 3h 6m 25,17s
2500 A.C.....	- 20°,8391488 = - 20° 50' 20,94''	51°,9987064 = 3h 27m 59,69s
2000 A.C.....	- 19°,3850333 = - 19° 23' 6,12''	57°,4055298 = 3h 49m 37,33s
1500A.C.....	- 18°,1595955 = - 18° 9'34,54''	62°,8319676 = 4h 11m 19,67s
1000A.C.....	- 17°,1749179 = - 17° 10'29,7''	68°,2809083 = 4h 33m 7,42s
500A.C.	- 16°,4410832 = - 16° 26'27,9''	73°,7520601 = 4h 55m 0,49s
0	- 15°,9658916 = - 15° 57'57,21''	79°,2425393 = 5h 16m 58,21s

Para ilustrar mejor el proceso de corrección voy a describir los pasos realizados para obtener la declinación (δ) y la ascensión recta (α) correspondientes al año 3000 A.C. El esquema a seguir es :

coordenadas ecuatoriales J 2.000	→ corrección movimiento propio	coordenadas ecuatoriales en origen (α_0, δ_0)	→ corrección precesión	coordenadas ecuatoriales de destino (α, δ)
--	---	---	------------------------------	--

Los cálculos a realizar para corregir por movimiento propio a la estrella Sirio son los siguientes :

1°. Hallando las coordenadas cartesianas X_0, Y_0, Z_0 , expresadas en parsecs (3,26 años luz). El eje + X apunta al punto vernal ($\alpha = 0h$), el + Y al punto $\alpha = 6h$ y el eje + Z al Polo Celeste.

$$\begin{aligned} X_0 &= d \cdot \cos \delta_0 \cdot \cos \alpha_0 = -0,49489673 \text{ pc} && \text{En las que } d \text{ es la distancia en parsecs de Sirio, } \delta_0 \text{ es la de-} \\ Y_0 &= d \cdot \cos \delta_0 \cdot \sin \alpha_0 = 2,47953136 \text{ pc} && \text{clinación y } \alpha_0 \text{ es la ascensión recta, todas en el marco de re-} \\ Z_0 &= d \cdot \sin \delta_0 = -0,75934277 \text{ pc} && \text{ferencia J 2000.} \end{aligned}$$

2°. Hallando las velocidades transversales en ascensión recta y declinación

$$V_{t\alpha} = d \cdot \mu_{\alpha} \cdot 4,74 = -6,83255074 \text{ km/s} \quad \text{y} \quad V_{t\delta} = d \cdot \mu_{\delta} \cdot 4,74 = -15,30500875 \text{ km/s}$$

Tanto μ_{α} (movimiento propio en ascensión recta) como μ_{δ} (movimiento propio en declinación) van expresadas en arcossegundos en vez de miliarcosegundos (dividir entre 1000).

El factor 4,74 sirve para expresar las velocidades en Km/s.

3°. Hallando las componentes de la velocidad en cada uno de los ejes cartesianos. Para lograrlo vamos a utilizar las expresiones:

$$\begin{aligned} 1. \quad v_x &= (v_R \cos \delta \cos \alpha) - (V_{t\alpha} \sin \alpha) - (V_{t\delta} \sin \delta \cos \alpha) \\ 2. \quad v_y &= (v_R \cos \delta \sin \alpha) + (V_{t\alpha} \cos \alpha) - (V_{t\delta} \sin \delta \sin \alpha) \\ 3. \quad v_z &= v_R \sin \delta + V_{t\delta} \cos \delta \end{aligned}$$

$V_{t\alpha}$ = velocidad transversal en ascensión recta $V_{t\delta}$ = velocidad transversal en declinación y

v_R = velocidad radial

$$v_x = 8,59307403 \text{ km/s} \quad v_y = -8,14536771 \text{ km/s} \quad v_z = -13,0762803 \text{ km/s}$$

4°. Hallando las nuevas posiciones X_t, Y_t, Z_t , para el tiempo $t = -5.000$ años. Para hacerlo primero tenemos que pasar cada una de las velocidades anteriores de Km/s a pc/s, dividiendo por 977.780 cada una de ellas, obteniendo los siguientes valores:

$$v_x = 8,78835 \cdot 10^{-6} \text{ pc/s} \quad v_y = -8,3305 \cdot 10^{-6} \text{ pc/s} \quad v_z = -1,3373 \cdot 10^{-5} \text{ pc/s}$$

Suponiendo constante la velocidad en cada una de las componentes para un largo periodo de tiempo, tenemos que el espacio recorrido en un tiempo $t = -5.000$ es igual a :

$$\begin{aligned} X_t &= X_0 + v_x \cdot t = -0,53883849 \text{ pc} && \text{Conocidas estas componentes podemos hallar la nueva distancia a} \\ Y_t &= Y_0 + v_y \cdot t = 2,52118372 \text{ pc} && \text{la estrella (} Dt \text{).} \\ Z_t &= Z_0 + v_z \cdot t = -0,69247558 \text{ pc} \end{aligned}$$

$$Z_t = Z_0 + v_z \cdot t = -0,69247558 \text{ pc}$$

$$Dt = \sqrt{X_t^2 + Y_t^2 + Z_t^2} = 2,6695012 \text{ pc} \quad \text{y} \quad \text{también la distancia en el plano XY}$$

$$d_{XY} = \sqrt{X_t^2 + Y_t^2} = 2,57812223 \text{ pc}$$

5°. Hallando las nuevas coordenadas ecuatoriales α_t y δ_t (α_0 y δ_0 en nuestro esquema)

$$\delta_t = \text{Ar Tang} (Z_t / d_{XY}) = -15^{\circ},0346182 = -15^{\circ} 2' 4,63'' \quad \text{es } (\delta_0)$$

$$\alpha_t = \text{Ar Cos} (X_t / d_{XY}) = 102^{\circ},0640048 = 6h 48m 15,36s \quad \text{es } (\alpha_0)$$

Estas son las coordenadas ecuatoriales de Sirio pero aún en el marco de referencia temporal J2000.

Una vez que tenemos las coordenadas de Sirio corregidas de movimiento propio, a las que llamaremos α_0 y δ_0 de ahora en adelante, hay que transformarlas como consecuencia del movimiento de la precesión de los equinoccios.

Lo primero que debemos tener en cuenta es el número de siglos julianos transcurridos desde la fecha ori-

gen (J 2.000) hasta la fecha de destino (año 3.000 A.C.), es decir, han transcurrido 50 siglos, entonces $T = -50$ Una vez tenemos este dato temporal estamos en condiciones de hallar los ángulos auxiliares de precesión para la fecha (ζ, Z, θ), haciendo uso de las siguientes expresiones matemáticas:

$$\zeta = 2306''.2181 T + 0''.30188 T^2 + 0''.017998 T^3 \dots\dots\dots \text{en este caso } \zeta = -32^\circ,4460986$$

$$Z = 2306''.2181 T + 1''.09468 T^2 + 0''.018203 T^3 \dots\dots\dots Z = -31^\circ,90266111$$

$$\theta = 2004''.3109 T - 0''.42665 T^2 - 0''.041833 T^3 \dots\dots\dots \theta = -26^\circ,68140139$$

La transformación de las coordenadas ecuatoriales de las estrellas (α_0, δ_0) desde la fecha origen, en nuestro caso las que hemos obtenido anteriormente mediante la corrección por movimiento propio, hasta la fecha de destino (α, δ), se realiza mediante las siguientes funciones matemáticas:

La declinación (δ) : $\text{sen } \delta = \cos (\alpha_0 + \zeta) \text{ sen } \theta \cos \delta_0 + \cos \theta \text{ sen } \delta_0$

La ascensión recta (α) se determina, en el cuadrante adecuado, según los signos del seno y el coseno del ángulo ($\alpha - z$), a partir de las expresiones:

$$\text{sen } (\alpha - z) = \text{sen } (\alpha_0 + \zeta) \cos \delta_0 / \cos \delta$$

$$\cos (\alpha - z) = [\cos (\alpha_0 + \zeta) \cos \theta \cos \delta_0 - \text{sen } \theta \text{ sen } \delta_0] / \cos \delta$$

Todos los ángulos están expresados en grado sexagesimales. Una vez realizadas las sustituciones correspondientes en las anteriores expresiones, obtenemos las nuevas coordenadas ecuatoriales (α, δ) de la estrella Sirio (Sothis) pero corregida ya de precesión. Las coordenadas para el 3000 A.C. son :

$$\delta = -22^\circ,5081504 = -22^\circ 30' 29,34'' \quad \text{y} \quad \alpha = 46^\circ,6048953 = 3\text{h } 6\text{m } 25,17\text{s}$$

Para todas las demás fechas correspondientes a los distintos intervalos sus coordenadas se hallarían de una forma similar.

Su ángulo horario (H) al orto es :

$$\cos H = \frac{\cos z - \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta}{\cos \varphi \cos \delta} = -\text{tg } \varphi \text{ tg } \delta = 283^\circ,7536033$$

Su acimut (A) al orto es :

$$\cos A = \frac{-\text{sen } \delta}{\cos \varphi} = 296^\circ,1898771$$

Su tiempo sidéreo al orto es $\theta = H + \alpha = 330^\circ,3584985$

Inclinación de la eclíptica en el año 3000 A.C.

Para calcular cuál era la inclinación de la Eclíptica en ese año, utilizamos la siguiente expresión polinómica debida a J. Laskar, que nos da una precisión de segundos de arco hasta para un periodo temporal de 10.000 años, hacia el futuro o hacia el pasado.

$$\epsilon = 23^\circ 26' 21'',448 - 4.680'',93 U - 1'',55 U^2 + 1.999'',25 U^3 - 51'',38 U^4 - 249'',67 U^5 - 39'',05 U^6 + 7'',12 U^7 + 27'',87 U^8 + 5'',79 U^9 + 2'',45 U^{10}$$

Aquí la variable $U = 1$ corresponde a un periodo de 10.000 años, contado a partir de J 2.000, + hacia adelante en el tiempo y - hacia atrás. En este caso $U = -0,5$

Sustituyendo este valor en el polinomio nos queda que $\epsilon = 24^\circ,02101232 = 24^\circ 1' 15,64''$

Esto nos indica que los Trópicos de Cáncer y de Capricornio estaban desplazados más de medio grado con respecto a la latitud a la que se encuentran en la actualidad.

Cálculo del tiempo sidéreo (θ) al orto del Sol, simultáneo con el de Sothis, en Menfis el 3000 A.C.

Una vez que hemos determinado el tiempo sidéreo del orto de Sothis en el 3000 A.C., vamos a hallar el día del año en el que se produce en la ciudad de Menfis el orto del Sol, en el mismo tiempo sidéreo al del orto de la estrella.

Para ello vamos a seguir los mismos pasos detallados en el modelo, pero referidos al año de estudio. Para que los cálculos a realizar sean más sencillos y comprensibles, habría que acotarlos temporalmente a un periodo correspondiente solo a la primera quincena del mes de junio y dentro de ésta, mediante sucesivas

interpolaciones, llegar hasta el resultado correcto y deseado. En este caso, después de hacer un trabajo extenso y meticuloso con un programa de cálculo, solo reflejaré el resultado concreto, para cada fecha de estudio, en el que se produce el orto simultáneo del Sol y la estrella. El valor que se da no es el exacto, sino el más próximo que hemos podido obtener con las interpolaciones, pero el error que puede acarrear al expresar el día del año en el que se produce no es mayor que unas pocas horas, por lo que es irrelevante.

Acimut al orto del Sol

El acimut del Sol al orto obtenido en los cálculos fue igual a $A = 242^{\circ},92029$. Teniendo en cuenta que el acimut al orto del Sol, correspondiente al solsticio de verano en el 3.000 a.C., para una declinación $\delta = 24^{\circ},02101232$ era $A = 242^{\circ},01029$ vemos que aquel acimut anteriormente obtenido, al ser mayor, puede corresponder, tanto a unos días antes del solsticio, como a unos días después. La longitud eclíptica (L), que se hallará posteriormente, nos despejará las dudas.

Declinación del Sol

Se puede calcular la declinación (δ) del Sol en función del día del año y de la oblicuidad de la Eclíptica, correspondiente a una fecha concreta, mediante la siguiente expresión matemática:

$$\text{sen } \delta = \text{sen } -24^{\circ},02101232 \cdot \cos \left[(360^{\circ}/365,24) \cdot (N+10) + (360^{\circ}/\pi) \cdot 0.0167 \cdot \text{sen} \left[(360^{\circ}/365,24) \cdot (N-2) \right] \right]$$

en la que N es igual al número del día del año, siendo $N=1$ para el 1 de enero y $N=365$ para el 31 de diciembre.

La declinación del Sol correspondiente al acimut A, anteriormente hallado mediante las interpolaciones, fue $\delta = 23^{\circ},25699703$, o lo que es lo mismo $\delta = 23^{\circ} 15' 25,19''$. Observamos que el Sol todavía no ha alcanzado la declinación del solsticio de verano, que era igual a $\delta = 24^{\circ} 1' 15,64''$.

El poder hallar, mediante la anterior fórmula, la declinación para cada uno de los días del año, nos permite también calcular su ángulo horario al orto, para la latitud de Menfis y para cada día N del año, dato importante a tener en cuenta ya que nos permitirá, posteriormente, relacionarlo con la fecha del año correspondiente al orto cósmico que buscamos.

Angulo horario (H)

Una vez que se conoce la declinación del Sol y la latitud (δ) de la ciudad de Menfis, podemos hallar el ángulo horario al orto para ese día en concreto, que es igual a $H = 255^{\circ},7246768$. Igualmente observamos que es un poco mayor que el que corresponde al solsticio de verano $H = 255^{\circ},1850412$.

Longitud eclíptica (L)

Hallamos que la longitud eclíptica del Sol, el día que se producía el orto cósmico de Sothis, es igual a $L = 75^{\circ},9281422$, unos catorce grados menos que su longitud cuando entra el verano $L = 90^{\circ}$ y, por tanto solo puede corresponder a una fecha anterior al solsticio de verano.

Ascensión recta (α)

Utilizando el valor anteriormente hallado de la longitud eclíptica podemos calcular la ascensión recta (α) del Sol, resultando $\alpha = 74^{\circ},65427836 = 4 \text{ h } 58 \text{ m } 37,03 \text{ s}$, un poco más de quince grados para alcanzar los 90° en el solsticio de verano. La diferencia con la longitud eclíptica se explica porque α es una coordenada ecuatorial y L es eclíptica y, por consiguiente, están medidas en dos planos diferentes.

Hora sidérea (θ)

Se define la hora sidérea, en este caso del orto del Sol, como el ángulo horario del punto Aries (Υ) en ese momento, y es igual a la suma de la ascensión recta (α) del Sol y su ángulo horario (H); $\theta = \alpha + H$.



Diosa Sopdet (Sirio) en la tumba de Seti I

En nuestro caso, la hora sidérea que resulta es $\theta = 74^{\circ},65427836 + 255^{\circ},7246768 = 330^{\circ},3789551$.

La diferencia entre este tiempo sidéreo del Sol y el sidéreo al orto de la estrella resulta irrelevante si lo que se persigue es encontrar el día del orto simultáneo.

Tomando los datos de la declinación del Sol y de su ángulo horario al orto podemos relacionarlos con el día N del año al que corresponden, resultando que ese día es $N = 158$, el 5 de junio del calendario.

Como comentamos antes en el modelo a seguir aplicado a la estrella Sirio, es diferente el orto cósmico y el orto helíaco. Si seguimos considerando necesario un arco de visión de 10° , entonces haciendo uso de la fórmula $\cos i = \sin \varphi \sec \delta$ obtenemos la inclinación de la Eclíptica con el horizonte en el 3000^a.C. para la ciudad de Menfis, tomando como declinación del Sol la correspondiente a la que tendría una semana después, el día 12 de junio del año 3.000 A.C., (siguiendo el criterio fijado en el modelo para la época actual) y que sería $\delta = 23^{\circ},7830606$.

Una vez que se sustituye el valor correcto de la declinación y de la latitud de Menfis en la anterior ecuación, obtenemos una inclinación de $i = 57^{\circ},055036$.

Conocida la inclinación i , la expresión $\sin \Delta\lambda = \frac{\sin 10^{\circ}}{\sin i}$ nos dará el incremento en la longitud eclíptica que debe recorrer el Sol para que se encuentre, aproximadamente, 10° por debajo del horizonte en el orto de Sothis. Nos sale $\Delta\lambda = 11^{\circ},94$ que divididos entre $0^{\circ},98564736$ / día que recorre el Sol diariamente por la Eclíptica nos da 12,11 días, que sumados a la fecha del 5 de junio nos lleva al 17 de junio como día en el que se produciría el orto helíaco de Sothis, con un cierto margen de error, en función de las distintas variables que rodean el fenómeno, ya explicadas anteriormente en el modelo.

Realizando los mismos cálculos para el resto de intervalos elegidos, los resultados obtenidos son :

<u>Año</u>	<u>θ Sothis</u>	<u>θ Sol</u>	<u>incl. (i)</u>	<u>$\Delta\lambda$</u>	<u>nº días</u>	<u>orto cósmico</u>	<u>orto helíaco</u>
- 3000 ...	330°,3584985....	330°,37895557°,055036...	11°,94....	12,115 de junio 17 de junio
- 2500 ...	334°,6133416....	334°,68937057°,010586...	11°,94...	12,1210 de junio	...22 de junio
- 2000 ...	339°,0523133....	339°,022830 57°,017845...	11°,94...	12,12 15 de junio....	27 de junio
- 1500 ...	343°,6790391....	343°,685992 57°,090578....	11°,93...	12,11 21 de junio....	3 de julio
- 1000 ...	348°,4950324....	348°,499493 57°,160783...	11°,92...	12,10 24 de junio	... 6 de julio
- 500	353°,4996638....	353°,497327 57°,274016 ...	11°,91...	12,08 28 de junio	... 10 de julio
0	358°,6902858....	358°,692620 57°,447120 ..	11°,88...	12,06 3 de julio	... 15 de julio

Las fechas del orto helíaco se refieren al tiempo transcurrido desde el equinoccio de primavera, es decir, en el 3000 A.C. la fecha del 18 de junio significa que han pasado 90 días desde su entrada el 20 de marzo. Observando las fechas vemos que para los egipcios, casi a lo largo de toda su historia, ha existido una relación entre el orto helíaco de la estrella Sothis y el periodo en el que se produce la crecida del Nilo y la posterior inundación de los campos de cultivo. El espectáculo debía de ser extraordinario para el pueblo, de ahí la importancia que se daba a este fenómeno astronómico.

La fecha de calendario juliano sería otra ya que el año juliano tiene 365,25 días y el año trópico tiene 365,242189 días, al igual que ocurre con el calendario gregoriano que tiene un año de 365,2425 días, como resultado de la reforma que se llevó a cabo en el Concilio de Trento en el año 1582 de nuestra era. Llegados aquí, ya estoy en condiciones de responder a las tres preguntas:

1ª. Las fechas en las que se producía el fenómeno en Menfis son las expresadas en el cuadro anterior. En él se reflejan, para intervalos de 500 años, los tiempos sidéreos de Sirio y el del Sol en el momento del orto cósmico, la inclinación (i), el incremento de la trayectoria ($\Delta\lambda$) o arco a recorrer para que el Sol estuviera 10° debajo del horizonte mientras ocurría el orto de Sirio, el número de días que debía transcurrir para que se diera esta situación (trabajando con la declinación del Sol una semana después del orto

cósmico) y, finalmente la posible fecha para el orto helíaco.

2ª. El orto helíaco de Sothis no se produjo el mismo día a lo largo de toda la historia de la civilización egipcia, sino que iba avanzando en el calendario una media de cinco días por cada 500 años o un día por cada 100 años, aproximadamente.

3ª. Para un mismo año, el orto no se producía el mismo día en todas las ciudades del Egipto faraónico, sino que por cada grado que se sube o se baja en latitud, la fecha sube o baja un día con respecto a Menfis. Por ejemplo, en el 1000 A.C. en Sais, ciudad del delta del Nilo de $\varphi = 30^{\circ} 57'$, es decir un grado más de latitud que Menfis, el orto se produciría el 7 de julio aproximadamente; en Tebas de latitud $\varphi = 25^{\circ} 42'$ se produciría el 2 de julio y en Elefantina de latitud $\varphi = 24^{\circ} 5'$ el fenómeno aparecería, también aproximadamente, el 1 de julio.

Bibliografía

- José Lull. “ Astronomía del antiguo Egipto ” .Anuario Astronómico 2.016
- J. José de Orús, Mª Asunción Catalá. “ Astronomía esférica y mecánica celeste “
- J. Antonio Belmonte “ on orientati6n of ancient egyptian temples ”
- Gracia Rodriguez Caderot y A. José Gil Cruz “ Problemas de astronomía ”
- Jean Meeus “ Astronomical algorithms “
- Etienne Drioton y Jacques Vandier “ Historia de Egipto “