El observatorio de Ulugh Beg

Resumen

A las afueras de Samarkanda hay una colina, con la cima plana, en donde se asienta hoy en día el Museo de Ulugh Beg. Este museo rinde homenaje a una de las figuras más importantes de la astronomía musulmana medieval. Junto al museo se puede observar una construcción abovedada que guarda en su interior los restos del sextante más grande de la época. Este sextante formaba parte del antiguo observatorio astronómico construido por este príncipe timúrida, nieto del gran Tamerlán, en el siglo XV, y destruido hasta la base poco después por los radicales islámicos, quedando visible sólo los restos del sextante por estar ubicado en una ladera de la colina.

Ulugh Beg llevó a cabo unas mediciones astronómicas extraordinariamente precisas sobre el movimiento del Sol y de la Luna y su relación mutua con los eclipses de los dos astros. Midió la inclinación de la Eclíptica y la duración del año sidéreo y trópico para esa época, y elaboró tablas sobre los movimientos de los planetas, las llamadas " estrellas errantes ".

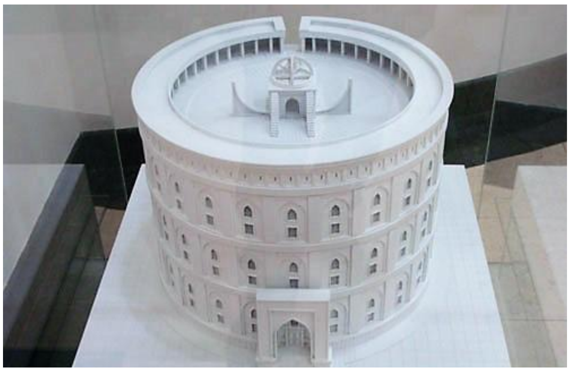
También dio las coordenadas geográficas de Samarkanda y de otras muchas ciudades del mundo musulmán tomando como referencia el meridiano de las Islas Afortunadas.

Todas sus aportaciones, tanto al campo de la astronomía como a la matemática, nos ha llegado a través de su obra " Prolegómenos de las tablas astronómicas ", recogiendo este trabajo algunos de ellos y la posible metodología empleada por este gran príncipe de las ciencias.

Observatorio de Ulugh Beg en Samarkanda

En las afueras de la ciudad de Samarkanda (Uzbekistán) se localiza el actual observatorio-museo de Ulugh Beg, sobre las antiguas ruinas del construido por este príncipe timúrida entre los años 1424 y 1428, cuando era gobernador de la ciudad. En este observatorio estudiaban centenares de estudiantes que viajaban hasta Samarkanda para recibir las enseñanzas de sabios y maestros, financiados por este príncipe y mecenas de las ciencias.

Observatorio moderno



Observatorio antiguo

Ulugh Beg (1394 – 1449) era el hijo mayor de Shahruj Mirza y de la princesa persa Gauhar Shad. Su abuelo fue el gran conquistador Tamerlan (1336 – 1405) que llegó a dominar todo el Asia Central durante la segunda mitad del siglo XIV. Los contactos que mantuvo desde la niñez con las regiones de Irán y de la India, cuya parte occidental formaba parte del imperio Timur, despertaron en él su afición por la Astronomía y la Matemática, ciencias que recogieron el legado griego y lo transmitieron al mundo occidental, a través de la cultura islámica. Las aportaciones de los astrónomos griegos, como Hiparco y Ptolomeo, junto con los conocimientos adquiridos a través de los contactos con China por medio del imperio mongol fueron determinantes, junto con toda la tradición científica del mundo islámico, entre los que destacó, en el S. XIII, Nasir al Din al Tusi, constructor en el noroeste de Irán del observatorio de Maragheh, el cual sirvió como modelo al construido posteriormente por Ulugh Beg en Samarkanda.

Estatua de Ulugh Beg en Samarkanda

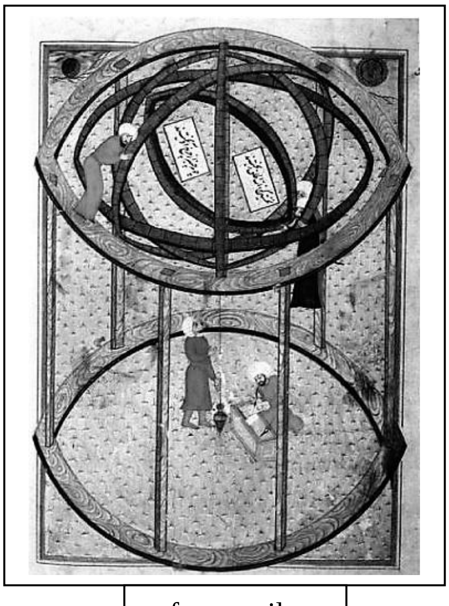
Todo lo que nos ha llegado de su actividad científica se encuentra recogida en sus “ Prolegómenos de las tablas astronómicas ”, tratado de todas las cuestiones astronómicas conocidas en esta época (S.XV) y dividido en cinco partes:

1ª.- Prefacio, en donde hace una justificación de toda su obra ante el Dios Misericordioso y Creador.

2ª.- De la determinación de las principales eras adoptadas por los pueblos orientales.

3ª.- Del conocimiento y determinación de los tiempos y del ascendiente de cada tiempo y de las cosas relativas a este objeto.
4ª.- Teoría del movimiento del Sol y de los planetas; determinación de su lugar en longitud y latitud y de las cosas que dependen.
5ª.- De las cosas relativas al ascendiente del nacimiento de los astros y su vinculación astrológica.
Además, formando parte de esta gran obra, en 1437 publica su Catálogo de estrellas formado por 1.018 estrellas con todas las constelaciones conocidas del Hemisferio Norte y algunas del Hemisferio Sur, dando sus nombres y sus coordenadas eclípticas.
Las principales aportaciones de Ulugh Beg a las ciencias de la Astronomía y de la Matemática fueron, entre otras:
- Midió la duración del año trópico en 365 días, 5 horas, 49 minutos y 15 segundos, con un error aproximado de unos 25 segundos.
- Midió la duración del año sidéreo en 365 días, 6 horas, 10 minutos y 8 segundos con un error de unos 58 segundos.
- Halló el valor de la oblicuidad de la Eclíptica para aquella época en 23 º 30´ 17", con un error de 28,5 " sobre el valor exacto de entonces.
- Halló el valor de la longitud y latitud de la Samarkanda en 66º 57¨ 35" E y 39º 37´ 23", respectivamente, con un error de 1´ y 52 " en la latitud".
- Dio las coordenadas geográficas de las principales ciudades del mundo musulmán de su época, tomando como origen de longitudes el meridiano de las Islas Afortunadas.
- Midió la altura del Sol, para cada día del año, en su culminación superior, además de su longitud eclíptica, acimuts de salida y puesta y demás efemérides solares.
- Construyó unas tablas trigonométricas de seno y tangente, precisando los valores para cada minuto, hasta los 45^o, y para cada 5 minutos en el intervalo comprendido entre 45^o y 90^o.
- Dio tablas y procedimientos para poder predecir los eclipses de sol y de luna.
- Midió el movimiento medio de los planetas o "estrellas errantes " en la Antigüedad.

Todos estos descubrimientos los logró mediante el uso de instrumentos astronómicos gigantes como el cuadrante, el sextante , el gnomon, una gran esfera armilar y el triquetrum (para medir ángulos), instalados dentro de su gran observatorio circular, con tres niveles o pisos, de 50 m. de diámetro, 35 m. de altura, o directamente colocados sobre su techo plano que permitía su buen uso.
Profundizando un poco más en sus logros hay que decir lo siguiente respecto a :

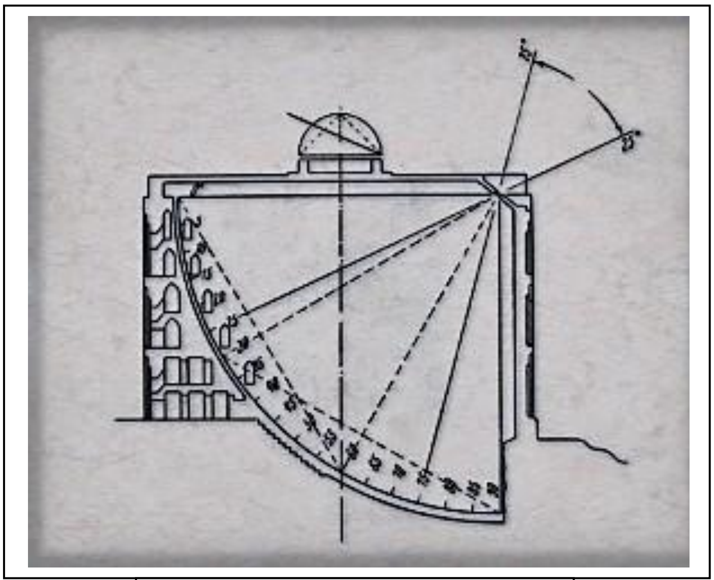


esfera armilar

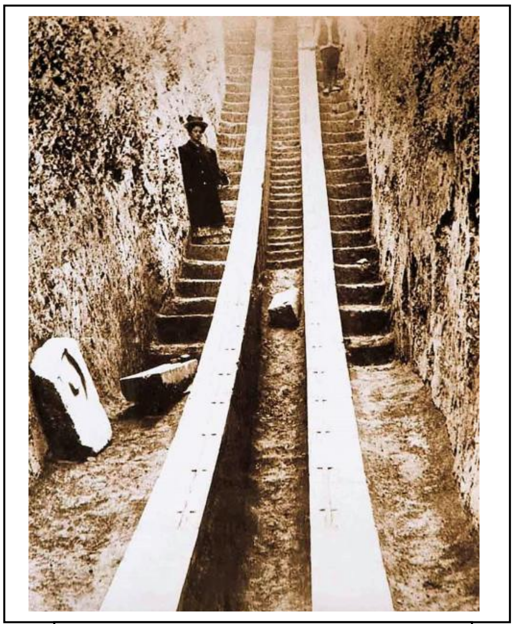
Oblicuidad de la eclíptica

Para medir la oblicuidad de la Eclíptica Ulugh Beg se ayudó del sextante gigante que construyó, en parte subterráneo, por debajo del suelo del observatorio, colocado en una trinchera excavada en un lado de la colina, siguiendo la línea meridiana del lugar. Estaba graduado entre 20^0 y 80^0 y su precisión

llegaba hasta el segundo de arco. Tenía 11 m.de largo, con escaleras a los lados para poder hacer las mediciones. El radio de curvatura del sextante era de 40 m. y en algunas áreas del mismo a cada grado le correspondían 70 cm, a cada minuto 1,16 cm y a cada segundo, aproximadamente 0,2mm, lo que le daba una gran exactitud en las mediciones. Con él se podía determinar la altura del Sol al mediodía, su distancia cenital, y su declinación, datos que podían servir para hallar la latitud del lugar y la inclinación del eje terrestre o de la Eclíptica. También se usó para las mediciones de la Luna y de los planetas.
Actualmente se puede ver solo la parte que se conserva, después de la destrucción del observatorio por los radicales islámicos, que tuvo lugar a la muerte de Ulugh Beg, en el año 1449 . Las ruinas del mismo fueron encontradas por el arqueólogo ruso V.L. Vyatkin en 1.908.



Plano con la sección del sextante



Fotografía antigua del sextante

Sus mediciones arrojaron un valor de 23º 30`17" con un error de solo 28",5 sobre el valor real de la inclinación de la Eclíptica en el año 1435, que era de 23º 30`45",5 y que la hemos obtenido de la siguiente expresión polinómica, debida a J. Laskar, en donde se ha tomado como valor de U = − 0,0565

$\varepsilon = 23^o\,26`\,21'',448 - 4.680'',93\,U - 1'',55\,U^2 + 1.999'',25\,U^3 - 51'',38\,U^4 - 249'',67\,U^5 - 39'',05\,U^6 +$
$+ 7'',12\,U^7 + 27'',87\,U^8 + 5'',79\,U^9 + 2'',45\,U^{10}$

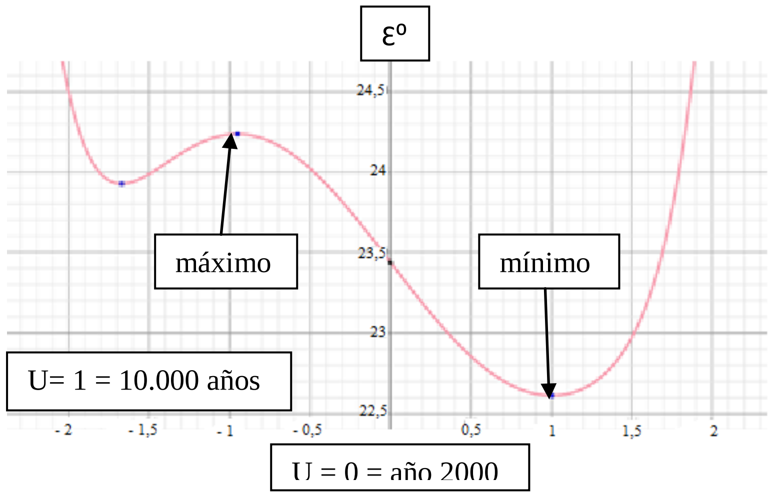


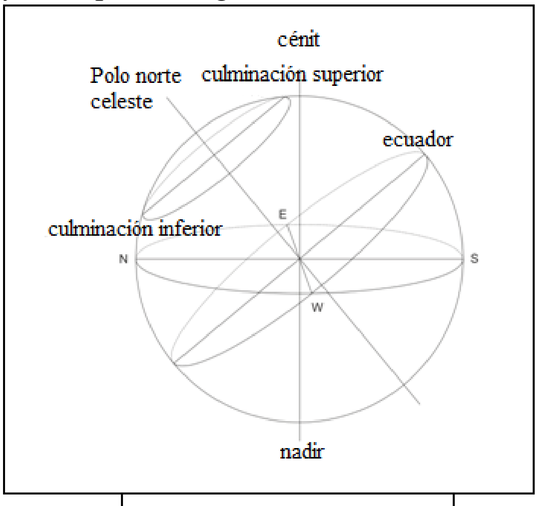
Gráfico con la inclinación del eje terrestre a lo largo del tiempo

año	U	Ɛº fecha de destino
-8000	-1	24,23284111
-7000	-0,9	24,23215096
-6000	-0,8	24,2096618
-5000	-0,7	24,1659678
-4000	-0,6	24,10243579
-3000	-0,5	24,02101232
-2000	-0,4	23,92408519
-1000	-0,3	23,81438055
0	-0,2	23,69488143
1000	-0,1	23,56875655
2000	0	23,43929111
3000	0,1	23,30981419
4000	0,2	23,18361932
5000	0,3	23,06387817

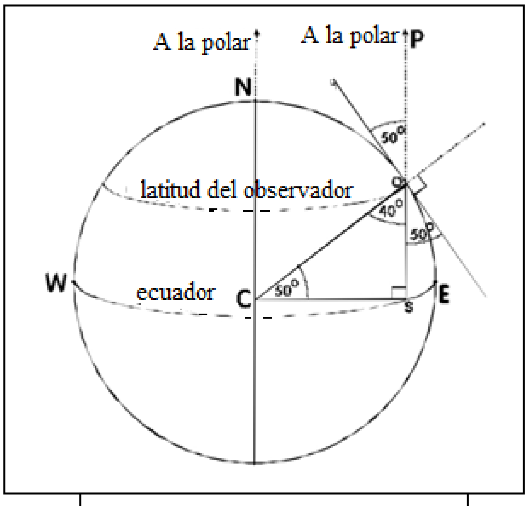
Aquí la variable U = 1 corresponde a un periodo de 10.000 años, contado a partir de J 2000 + hacia adelante en el tiempo y − hacia atrás. Esta fórmula posibilita una exactitud de segundos de arco para periodos de 10.000 años, es decir para U = 1 . Para periodos más largos, su eficacia pierde valor paulatinamente.
Hallando la 1ª y la 2ª derivada de la función polinómica anterior, sacamos los puntos críticos de la misma y , en consecuencia, sus máximos y mínimos para un U determinado.
En el gráfico y en la tabla se puede ver como la inclinación del eje de la Tierra alcanzó un máximo de 24º 14´ 7" en el año 7530 a.C. y tendrá su mínimo de 22º 36´ 41" en el 12.000 d.C. Ahora nos encontramos en un punto intermedio en el ciclo de oscilación del eje, pero con tendencia a disminuir en el futuro.
Ulugh Beg obtuvo su valor de inclinación de la eclíptica midiendo con el sextante la altura cenital (z) del Sol en los solsticios de invierno (z_1) y de verano(z_2), restando esos valores y dividiendo después entre dos.
$\varepsilon = [(90^o - Z_2) - (90^o - Z_1)] / 2 = (h_2 - h_1) / 2 = 23^o 30' 17''$; h_2 y h_1 son las alturas meridianas que alcanzaba el Sol, respectivamente, en el verano y en el invierno, en la ciudad de Samarkanda.

Latitud de Samarkanda

Ulugh Beg dio una latitud para la ciudad, de la que era gobernador, igual a 39º 37´ 23" N, con un error de 1´ y 52" sobre la latitud exacta de Samarkanda, que es 39º 39´ 15" N.
La latitud la pudo hallar mediante dos procedimientos distintos :
El primero de ellos consiste en servirse de la inclinación de la eclíptica anteriormente hallada, así como de las alturas sobre el horizonte (h_2 y h_1) del Sol en el verano e invierno, pues se cumple $h_2 = (90^o - \varphi) + \delta$ durante el solsticio de verano y, por tanto, $\varphi = (90^o - h_2) + \delta$, mientras que en el solsticio de invierno, también $\varphi = (90^o - h_1) + \delta$, pero con la diferencia que, aunque la declinación del Sol siempre es igual a la inclinación de la Eclíptica, en verano $\delta = + \varepsilon$ y en invierno $\delta = - \varepsilon$.
Parece más conveniente hacer la medición de la altura meridiana del Sol en los momentos de los equinoccios, porque entonces los incrementos diarios en la declinación del Sol son mayores y se pueden medir (con un cuadrante o el sextante) con una mayor exactitud. Entonces, $\varphi = 90^o - h$, siendo h la altura del Sol. No hace falta ningún otro dato, ya que el Sol ese día recorre el Ecuador celeste y su declinación entonces es igual a $\delta = 0^o$.
Por ejemplo, la altura meridiana del Sol en Samarkanda en el equinoccio de primavera es h = 50º 20´ y 45", por consiguiente $\varphi = 90^o - h = 39^o\ 39'\ 15''$



Estrellas circumpolares



Altura de la polar, latitud 50º

El segundo método consistiría en buscarse una constelación circumpolar, como puede ser la Osa Mayor, y medir la altura de una de sus estrellas (puede servir Dubhe), durante su culminación superior (h_s) y su culminación inferior (h_i), haciendo después la suma de ambas y dividiendo entre dos.
Hay que tener en cuenta que la altura meridiana del Polo es igual a la latitud del lugar. Partiendo de la premisa que Ulugh Beg conocía la declinación de las estrellas (δ), recogidas en su " Catálogo de estrellas " y que se cumple que $h_s = (90^o - \delta) + \varphi$, para la culminación superior, y $h_i = \varphi - (90^o - \delta)$ para la culminación inferior.
Parece más probable que calculara la latitud midiendo la altura del Sol en los equinoccios, ya que las grandes dimensiones del sextante le permitían trabajar con poco error en la medida y por tanto obtenía un grado de exactitud mayor.
En los párrafos anteriores nos hemos estado refiriendo a la polar y a su altura, pero ¿ cuál era el punto que señalaba el polo celeste norte en la época de Ulugh Beg ?

Polo norte celeste.

El eje de la Tierra realiza un movimiento, como de trompo en el espacio, que se conoce como la precesión de los equinoccios y es debido a la atracción del Sol y de la Luna sobre el abultamiento ecuatorial de la Tierra. Este ciclo dura unos 25.760 años y se le llama año Platónico.
Como consecuencia de ello, también cambian las coordenadas ecuatoriales de las estrellas y los Polos Celestes. Hoy en día, el correspondiente al Hemisferio Norte, casi apunta a la estrella α (Polaris) de la Osa Menor pero.... ¿ y en el año 1430 ?
Las ecuaciones que hallan las nuevas coordenadas ecuatoriales (α y δ) de una estrella, corregida de precesión, desde una fecha tomada como origen (α_0 y δ_0), en nuestro caso el marco de coordenadas J 2000, hasta una fecha de destino concreta y dada son las siguientes :
Para la declinación (δ) …….. $\operatorname{sen} \delta = \cos (\alpha_0 + \zeta) \operatorname{sen} \theta \cos \delta_0 + \cos \theta \operatorname{sen} \delta_0$ (1)
Para la ascensión recta (α) ....
$\operatorname{sen} (\alpha - z) = \operatorname{sen} (\alpha_0 + \zeta) \cos \delta_0 / \cos \delta$ (2)
$\cos (\alpha - z) = [\cos (\alpha_0 + \zeta) \cos \theta \cos \delta_0 - \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \delta_0] / \cos \delta$ (3)

En las que ζ, z y θ son los ángulos auxiliares de precesión, que adquieren un valor determinado en función del tiempo transcurrido desde la fecha origen (1 enero 2000).
Para hallar este valor lo primero que hay que calcular es el tiempo (T) transcurrido desde la fecha de origen, expresado en siglos de julianos. Como el año de destino es el 1430, entonces los años transcurridos han sido 2.000 − 1.430 = 570 y teniendo en cuenta que cada año tiene 365,25 días, el total de días transcurridos desde la fecha origen son : 570 x 365,25 = 208.192,5
Si tenemos en cuenta que el día juliano (D J) correspondiente al 1 enero 2000, a las 12 h de T.U. es el 2.451.545 D J , entonces ese mismo día del año 1430, a la misma hora es 2.451.545 – 208.192 = = 2.243.352,5 D J
Los siglos julianos transcurridos son:
T = (DJ destino – DJ origen) / 36.525 = (2.243.352,5 – 2.451.545) / 36.525 = – 208.192,5 / 36.525 = = – 5,7 siglos
Las expresiones matemáticas necesarias para calcular los ángulos auxiliares son :

$\zeta = 2306''.2181\ T + 0''.30188\ T^2 + 0''.017998\ T^3$ ………en este caso $\zeta = - 3^o,6497134$
$Z = 2306''.2181\ T + 1''.09468\ T^2 + 0''.018203\ T^3$…………………… $Z = - 3^o,6425689$

$\theta = 2004''.3109\ T - 0''42665\ T^2 -- 0''.041833\ T^3$ …………………….. $\theta = -3^{o},1751907$

Por definición, el Polo Norte celeste tiene unas coordenadas ecuatoriales : $\alpha = 6\ h = 90^{o}$ para la ascensión recta y $\delta = 90^{o}$ para su declinación. Haciendo uso de la expresión nº 2 …..tenemos que......... $\operatorname{sen}(\alpha - z) = \operatorname{sen}(\alpha_0 + \zeta)\cos\delta_0 / \cos\delta$ como $\cos\delta = 0$, entonces..... $\operatorname{sen}(\alpha_0 + \zeta)\cos\delta_0 = 0$ **;** como $\cos\delta_0$ no puede ser 0, pues esto implicaría que $\delta_0 = 90^{o}$ y esta declinación nos llevaría a la que tiene nuestra estrella polar en la actualidad y no es lo que buscamos, pues una misma estrella no puede ser polo dos veces en el mismo ciclo precesional; entonces $\operatorname{sen}(\alpha_0 + \zeta) = 0$ y esto solo puede darse si $(\alpha_0 + \zeta) = 0^{o}$ o 180^{o} **.**

Para saber qué valor es el adecuado nos vamos a la expresión nº 3

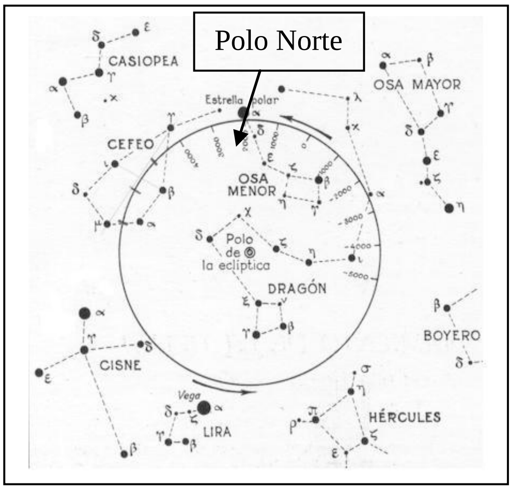
$\cos(\alpha - z) = [\cos(\alpha_0 + \zeta)\cos\theta\cos\delta_0 - \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\delta_0] / \cos\delta$, como $\cos\delta = 0$, entonces tenemos que $\cos(\alpha_0 + \zeta) = \operatorname{tg}\theta \cdot \operatorname{tg}\delta_0$

Si tomamos $(\alpha_0 + \zeta) = 0^{o}$ entonces $\cos(\alpha_0 + \zeta) = 1$ y $\operatorname{tg}\delta_0 = 1/\operatorname{tg}\theta$ esto nos llevaría a que $\delta_0 = -86^{o},82481$ y este valor correspondería a una declinación del polo en el Hemisferio Sur, pero si $(\alpha_0 + \zeta) = 180^{o}$ entonces $\cos(\alpha_0 + \zeta) = -1$ y $\operatorname{tg}\delta_0 = -1/\operatorname{tg}\theta$ y nos daría como valor de $\delta_0 = 86^{o},82481$, que es el correcto.

Como hemos determinado que $(\alpha_0 + \zeta) = 180^{o}$, entonces sustituyendo $\zeta = -3^{o},6497134$ nos lleva a que $\alpha_0 = 180^{o} + 3^{o},6497134 = 183^{o},6497133$, es decir....

$\alpha_0 = 12h\ 14m\ 35{,}93s$

De esta manera hemos hallado las coordenadas ecuatoriales (α_0, δ_0) del punto, en el marco de referencia J 2000, que fue polo en el año 1430. Este punto se encuentra, como era de esperar, cerca de la estrella polar actual, ya que no ha pasado mucho tiempo desde entonces hasta hoy, comparado con el total de tiempo del ciclo precesional.



Año trópico y año sidéreo

Ulugh Beg midió la duración del año trópico en 365 días, 5 horas, 49 minutos y 15 segundos, alejándose unos 26 segundos del valor calculado por las modernas teorías. La duración del año sidéreo fue fijada por él en 365 días, 6 horas, 10 minutos y 8 segundos, con una desviación de unos 58 segundos sobre el valor aceptado actualmente.

La diferencia entre las dos clases de años es de unos 20 minutos y 53 segundos y se explica por el fenómeno de la precesión de los equinoccios, conocido ya desde la época babilónica y cuantificado en distintos valores, tanto por la escuela helenística de Alejandría (Hiparco), como por los astrónomos musulmanes, desde la Alta Edad Media.

Ulugh Beg estableció una ratio de 1^{o} por cada 70 años en el movimiento retrógrado del punto equinoccial sobre el Ecuador celeste. Esto nos da un valor de 51'',43 por cada año.

¿ Cuánto tarda en recorrer el Sol , es decir la Tierra, esos segundos de arco ? , Haciendo una proporción, como $360^{o} = 1.296.000''$ y 365, 25 días = 525.960 minutos, entonces…..

$$\frac{1.296.000\,''}{525.960\ \text{min}} = \frac{51'',43}{\text{x min}} \quad \text{despejando x} \quad x = \frac{51'',43 \times 525960}{1.296.000} = 20{,}872\ \text{min} = 20\ \text{min y } 52{,}3\ \text{s}$$

Se entiende por año trópico, según definición de André Danjon en su “ Astronomie generale ” ,como el tiempo necesario para que la longitud media del Sol se incremente en 360º.
El año sidéreo es el tiempo necesario para que el Sol ocupe en el espacio la misma posición sobre el fondo de las estrellas. Si el eje de la Tierra no estuviera inclinado no existiría esa diferencia.
Por último, decir que, tanto el año trópico como el año sidéreo no son constantes en el tiempo, el primero de ellos sufre variaciones, incluso de un año para otro, por perturbaciones en la velocidad de traslación de la Tierra alrededor del Sol y en el movimiento de rotación sobre sí misma, mientras que el segundo varía levemente, como consecuencia de las correcciones relativísticas, que hay que hacer a la precesión en longitud, siendo esta corrección igual a: 50”,291 + 0”,00022 t , (t medidos en años de 365,25 días).
Ulugh Beg ya notó, en sus observaciones a lo largo de 30 años, que sus medidas del año trópico no coincidían con las mencionadas por otros astrónomos de épocas anteriores y le hicieron dudar de que fuera constante en el tiempo. Hoy en día se asume que el año trópico decrece 0,53 segundos por cada siglo
Según lo anteriormente dicho, haciendo una tabla de la variación en el tiempo de la medida del año trópico quedaría como sigue.

AÑO	VARIACION (seg / siglo)
-1.000	-0,469
0	-0,503
1.000	-0,524
2.000	-0,532
3.000	-0,526
4.000	-0,505

Para finalizar, siguiendo la VSOP teoría (Variaciones Seculares de las Orbitas Planetarias), vamos a calcular, por medio de una expresión matemática, la duración en días del año trópico en el tiempo del observatorio de Ulugh Beg en la ciudad de Samarkanda (1430 d.C.)

Año trópico = $365{,}242189623 - 0{,}000061522\,T - 0{,}0000000609\,T^2 + 0{,}00000026525\,T^3$, en la que la variable T tiene un valor de : T = 1.000 años = 365250 días

$$T = \frac{2.243.352{,}5 - 2.451.545}{365.250} = \frac{-208.192{,}5}{365.250} = -0{,}57$$

Llevando este valor a la ecuación anterior obtenemos que entonces el año trópico tenía una duración de 365,2422246 días o 365 días, 5 horas, 48 minutos y 48,2 segundos, es decir, 26,79 segundos menos que el medido por Ulugh Beg.

Bibliografia

- M.L.P.E.A. Sedillot . “ Prolegómenes des tables astronómiques ” París, 1.853
- Edward Ball Knobel. “Ulugh Beg´s catalogue of stars ” Washington, 1.917
- Jean Meeus and Denis Savoie “ The history of the tropical year ” SAO/ NASA Astrophysics Data System ,1992
- Jean Meeus “ Astronomical Algorithms ”Richmond Virginia , 2.009
- Anuario Astronómico 2.017
- J:Jose de Orús Navarro y Catalá Poch “ Astronomía esférica y mecánica celeste ” Barcelona,2.007
- P.I. Bakulin, E.V. Kononovich, V.I. Moroz " Curso de astronomía general " . Edit. Mir